

巨岩・巨石が点在する山地河川に対する平面二次元解析法の課題と新しい解析法の提案

PROBLEM OF CONVENTIONAL 2D ANALYSIS METHOD FOR FLOOD FLOWS IN MOUNTAIN STREAMS WITH BOULDERS AND PROPOSAL OF A NEW ANALYSIS METHOD

竹村吉晴¹・兒子真也²・大野純暉³・福岡捷二⁴

Yoshiharu TAKEMURA, Shinya Nigo, Jyunki OHNO and Shoji FUKUOKA

¹正会員 博士(工学) 中央大学研究開発機構(〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

²正会員 国土交通省 中国地方整備局 太田川河川事務所(〒730-0013 広島市中区八丁堀3-20)

³学生会員 中央大学大学院 理工学研究科博士課程後期課程(〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

⁴フェロー 工博 Ph.D. 中央大学研究開発機構(〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

The value of the Manning's roughness coefficients ($= n$) for mountain streams varies greatly in time and space due to complex topography and large boulders on the riverbed. It reduces the reliability of flood flow analysis in mountain streams. In this paper, the 2017 flood of the Takiyama River is analyzed by using 2D flow model and Q3D-FEBS based on observed water surface profiles and detailed riverbed elevation data obtained in the upstream sections of the Nukui Dam. The results show that the value of n is given only from the riverbed materials by accounting the three-dimensional flow velocities and non-hydrostatic pressure distributions around the boulders by using Q3D-FEBS. This makes it possible to decide flood flow hydrographs and flow structures from reliable flood flow analysis in mountain streams.

Key Words : flood flows, mountain streams, boulders, water surface profiles, Q3D-FEBS

1. 序論

巨岩・巨石の多い山地河川における洪水解析法の確立は、山地から海に至る一連の洪水流の水理現象を統一的に扱う上で不可欠である。特に、近年豪雨災害が多発する中で、ダム下流河道で流し得る洪水流量を明らかにし、ダム貯水池の洪水調節容量を最大限に活用するためのダム操作方法や河道改修方法を検討するためにも、山地河川における洪水解析法が強く望まれている。

中下流域の緩流河川では、数百m間隔の定期横断測量成果から河道の縦横断面形状を補間し、各時間の観測水面形を説明するように非定常平面二次元解析を行うことで、著しい河床波の発達した河川を除けば、マンニングの粗度係数は河床材料見合いのほぼ一定値に定まり、信頼性の高い洪水解析が可能である^{1),2)}。その結果、緩流河川の洪水流量・ハイドログラフや河道内の流れ構造について検討可能になっている^{3),4)}。著者らは、観測水面形に基づいた従来の解析法を山地河川に適用することの可

能性を複数の山地河川を対象に検討してきた^{5),6)}。しかし、定期横断測量では捉えられない山地河川の詳細な地形特性や河床に点在する巨岩・巨石の影響を受け、粗度係数の値を時間・空間的に大きく変化させる必要があり、このことが山地河川における洪水解析の信頼性を損ねる原因になっている。

内田・福岡は、水深積分モデルに水深積分渦度方程式を導入したGBVC法系統の解析法^{例えは7)}を開発しており、巨岩・巨石周辺の非静水圧を含む三次元流れの解析を行い実験から検証している⁸⁾。しかし、複雑な底面境界での水深積分渦度方程式の精度に限界があり、例えば、段落ち背後の剥離流れのモデル化の必要性等に課題が残されている⁹⁾。近年、竹村・福岡ら¹⁰⁾は、GBVC法をベースとして、複雑な水面・底面境界での流れの剥離を解析可能な新しい非静水圧準三次元解析法(Q3D-FEBS)を提案している。巨岩・巨石の形状を含む山地河川の詳細な地形を取り込み、それらから生じる三次元流れや非静水圧分布をQ3D-FEBSを用いて解析すれば、山地河川においても粗度係数はほぼ一定の値に収束し、観測水面形

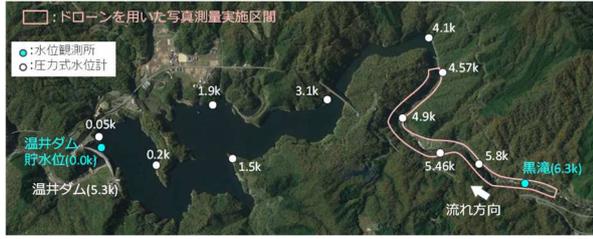


図-1 滝山川の温井ダム上流区間における圧力式水位計設置地点とドローンを用いた写真測量実施区間

に基づく信頼性の高い洪水解析から洪水流量ハイドログラフや流れ構造の検討が可能と考えられる。

太田川の主要支川である滝山川では、図-1に示す温井ダム上流のピンクの枠の範囲において、国土交通省太田川河川事務所によりドローンを用いた写真測量が実施され、巨岩・巨石の形状を含めた詳細な地形が測られている。また、○の地点で圧力式水位計が設置され、洪水時に多点水位観測が実施されている。

本研究では、滝山川の温井ダム上流区間を対象とし、巨岩・巨石を含む詳細な地形を与え、観測水面形を用いたQ3D-FEBSによる洪水解析を行う。解析結果を平面二次元解析と定期横断測量を用いた従来の洪水解析法と比較し、山地河川における観測水面形に基づいた洪水流量ハイドログラフの算定精度について比較検討する。さらに、詳細な地形を考慮した平面二次元解析との比較から、巨岩・巨石が点在する山地河川の流れ構造の解析に対する平面二次元解析法の有する課題を明らかにし、これを解決するにはQ3D-FEBSによる洪水解析が必要であることを示す。

2. Q3D-FEBSの基礎方程式

図-2に示すように、Q3D-FEBSは鉛直座標を $\eta=(z_s-z)/h$ で定義し、鉛直方向に計算格子を設ける代わりに水平方向流速の鉛直分布を次式で近似する。

$$u = \Delta u_i(12\eta^3 - 12\eta^2 + 1) + \delta u_i(-4\eta^3 + 3\eta^2) + U_i(1)$$

ここで、 $i=1,2$ ($x_1=x, x_2=y$)、 $\Delta u_i=u_{si}-U_i$ 、 $\delta u_i=u_{si}-u_{bi}$ 、 U_i ： x_i 方向の水深平均流速、 u_{si} ： x_i 方向の水面流速、 u_{bi} ： x_i 方向の底面流速、 h ：水深、 z_s ：水面、 z_b ：底面、 z_0 ：河床面である。下付きの添え字 s と b は、水面 $z=z_s$ ($\eta=0$)と底面 $z=z_b$ ($\eta=1$)での値を表す。これにより、水深積分の連続式・運動方程式に加え、水面・底面上 ($\eta=0, \eta=1$ の曲面上)の運動方程式を解くことで、三次元流速分布、圧力分布を効率的に求める点に特徴がある。以下にQ3D-FEBSの基礎方程式を示す。

式(2)、式(3)は水深積分の連続式・運動方程式である。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial U_i h}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

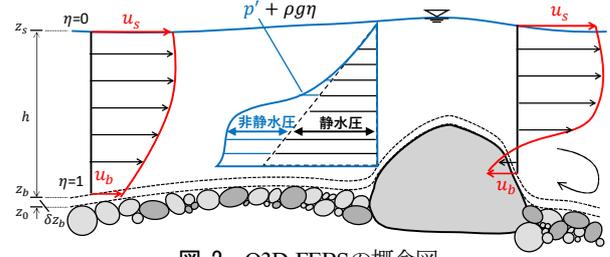


図-2 Q3D-FEBSの概念図

$$\frac{\partial U_i h}{\partial t} + \frac{\partial U_j U_i h}{\partial x_j} = -g h \frac{\partial z_s}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial h \bar{p}'}{\partial x_i} - \frac{p'_b}{\rho} \frac{\partial z_b}{\partial x_i} - \frac{\partial h \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{v_t} h \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \hat{S} \frac{\hat{\tau}_{bi}}{\rho} \quad (3)$$

ここで、 ρ ：水の密度、 g ：重力加速度、 u'_i ： x_i 方向流速の水深平均値からの偏差成分、 p' ：圧力の非静水圧成分、 v_t ：渦動粘性係数、 $\hat{\tau}_{bi}$ ： x_i 方向の底面せん断応力、 $\hat{S}=[1+(\partial z_b/\partial x_i)^2]^{0.5}$ である。上付き-は水深平均値を表す。式(3)の右辺第三項は、底面から受ける非静水圧による抵抗を表し、巨岩・巨石の形状抵抗はこの項で考慮される。式(3)の水深積分運動方程式に含まれる圧力の非静水圧成分は、鉛直方向の運動方程式を簡略化した次式から求める。

$$\frac{p'_b}{\rho} = U_i h \frac{\partial W}{\partial x_i} + \hat{S} \frac{\hat{\tau}_{bz}}{\rho} \quad (4)$$

$$\frac{\bar{p}'}{\rho} = \frac{1}{2} \frac{p'_b}{\rho} + \frac{U_i h}{12} \frac{\partial (w_s - w_b)}{\partial x_i} \quad (5)$$

水深平均の鉛直方向流速は、式(1)と連続式から

$$W = \frac{1}{2} \frac{\partial (z_s + z_b)}{\partial t} + \frac{1}{2} U_i \frac{\partial (z_s + z_b)}{\partial x_i} + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x_i} h^2 \left(\frac{\delta u_i}{20} + \frac{\Delta u_i}{10} \right) \quad (6)$$

となる。水面と底面での鉛直方向流速は、次式の運動学的境界条件から求める。

$$w_s = \frac{\partial z_s}{\partial t} + u_{si} \frac{\partial z_s}{\partial x_i}, \quad w_b = \frac{\partial z_b}{\partial t} + u_{bi} \frac{\partial z_b}{\partial x_i} \quad (7)$$

式(8)、式(9)は水面・底面上の運動方程式である。

$$\frac{\partial u_{si}}{\partial t} + u_{sj} \frac{\partial u_{si}}{\partial x_j} = -g \frac{\partial z_s}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} \Big|_s \frac{\partial z_s}{\partial x_i} + \frac{v_{ts}}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} \Big|_s \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_{bi}}{\partial t} + u_{bj} \frac{\partial u_{bi}}{\partial x_j} = -g \frac{\partial z_s}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'_b}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} \Big|_b \frac{\partial z_b}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} v_{tb} \left(\frac{\partial u_{bi}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{bj}}{\partial x_i} \right) + \frac{\hat{S} \hat{\tau}_{bi} - \hat{\tau}_{oi}}{\rho \delta z_b} \quad (9)$$

ここで、 $\hat{\tau}_{oi}$ ： x_i 方向の河床面せん断応力、 δz_b は底面と河床面の距離で水深と関係づけて $c_{zb} h$ ($c_{zb}=0.03$)とする。水面では圧力とせん断応力をゼロとしている。式(8)、式(9)中の水面・底面での非静水圧の鉛直微分は、水面・底面上の鉛直方向の運動方程式を簡略化した次式で求める。

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} \Big|_s = -u_{si} \frac{\partial w_s}{\partial x_i}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} \Big|_b = -u_{bi} \frac{\partial w_b}{\partial x_i} \quad (10)$$

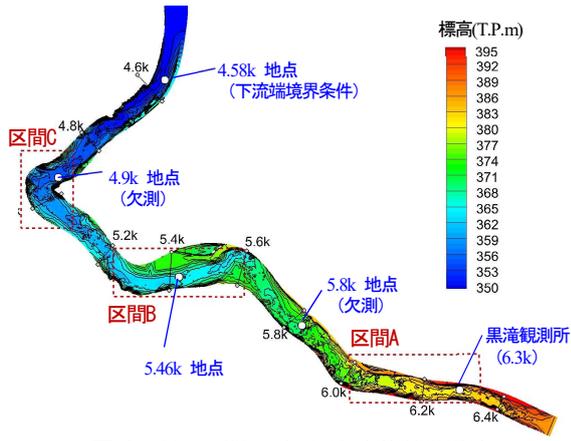


図-3 対象区間の平面図と水位計設置地点



(a) 区間A



(b) 区間B



(c) 区間C

図-4 平成30年12月に撮影された図-3の区間A, B, Cの航空写真

ここで、 $\partial p' / \partial z|_s$ は水面で圧力の鉛直勾配が正とならないものとし、 g を上限值とする。河床面せん断応力、底面せん断応力はそれぞれ次のように評価する。

$$\hat{\tau}_{0i} = \rho c_b^2 u_{bi} |\mathbf{u}_b|, \quad \hat{\tau}_{0z} = \rho c_b^2 w_b |\mathbf{u}_b| \quad (11)$$

$$\hat{\tau}_{bi} = \nu_{tb} \frac{\partial u_i}{\partial z} \Big|_b, \quad \hat{\tau}_{bz} = \frac{\hat{\tau}_{0z}}{c_{zb} + 1} \quad (12)$$

$$c_b = \frac{C_0}{1 - 2C_0/\kappa} \sqrt{1 + c_{zb}}, \quad C_0 = \sqrt{\frac{gn^2}{h^{1/3}}} \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{u}_b = (u_i^2 + w_b^2)^{0.5}$ であり、式(8)の $\partial^2 u_i / \partial z^2|_s$ 、式(12)の $\partial u_i / \partial z|_b$ は式(1)より $(-24\Delta u_i + 6\delta u_i) / h^2$ 、 $(-$

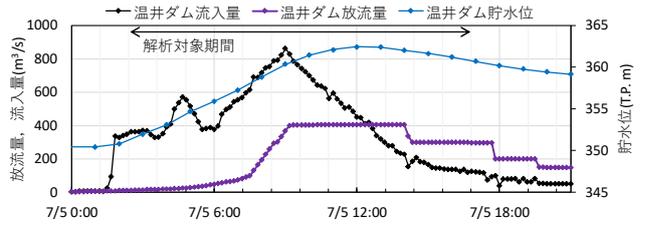


図-5 平成29年7月洪水時の温井ダム放流量、流入量、貯水位ハイドログラフ

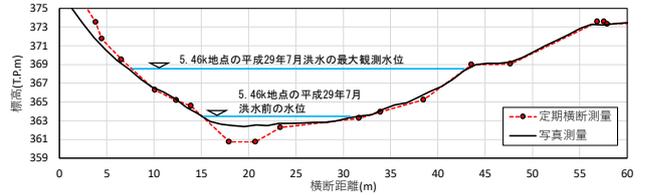


図-6 5.4km地点における定期横断測量と写真測量による横断面形状の比較

$12\Delta u_i + 6\delta u_i / h$ となる。渦動粘性係数は鉛直方向に一樣 ($\nu_{ts} = \bar{\nu}_t, \nu_{tb} = \bar{\nu}_t$) と仮定し、次式で与える。

$$\bar{\nu}_t = \frac{1}{6} \kappa u_* h \frac{1}{\sqrt{1 + c_{zb}}} \quad (14)$$

本研究では、上述の方程式群を物理成分表示の平面一般座標系¹¹⁾に変換し、滝山川の洪水流解析に適用する。

Q3D-FEBSの先行研究に、内田・福岡によるGBVC法系統の解析法^{例えば7)}があり、流速鉛直分布形や基礎方程式の多くは共通する。GBVC法系統の解析法は水深平均渦度を用いて底面流速を計算しており、図-2に示した段落ち背後の逆流を解析するには、剥離による渦度を供給したり、仮想的な河床高を与える必要があった⁹⁾。これに対し、Q3D-FEBSは底面上の運動方程式から底面流速の逆流を計算可能であり、不規則な形状の巨岩・巨石が点在する山地河川の洪水流解析により適した解析法となっている。GBVC-DWL法でも渦層の運動方程式が解かれるが、式(9)の右辺第3項が無視されている。この項は、底面曲率の影響を表し、底面形状の急変部では無視できず流れの剥離を解析する上で極めて重要な項である。

3. 巨岩・巨石が点在する山地河川における平面二

次元解析法の課題と新しい解析法の提案

(1) 対象区間・洪水の概要

図-3に示す滝山川の温井ダム上流の4.58kmから黒滝観測所(6.3km)を対象区間とする。図-4は、図-3の赤点線で囲んだ区間の航空写真であり、数mの大きさの巨岩・巨石が河床に点在する。図-5は、平成29年7月洪水時の温井ダムの貯水位、放流量、流入量ハイドログラフである。平成29年7月洪水は、温井ダム完成後の既往最大洪水であり、本研究では7/5 2時から7/5 17時を解析対象区間とする。また、対象区間では、図-3に示す4地点で水

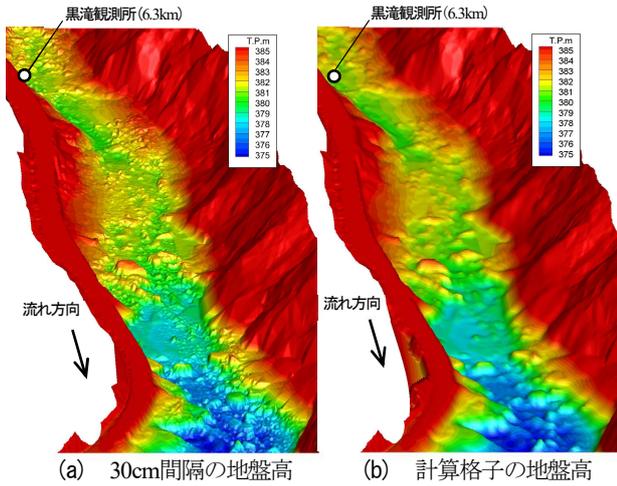


図-7 黒滝観測所 (6.3km) 周辺の三次元地形コンター図

位計が設置されているが、平成29年7月洪水では4.9km、5.8km地点の水位計が流失している。

(2) 計算格子の作成方法

対象区間では、平成30年12月にドローンを用いた写真測量が実施され、30cm間隔で地盤高が取得されている。図-6は、平成26年の定期横断測量と写真測量による5.4km地点の横断面形状の比較である。写真測量の河床高は、定期横断測量の河床の低い部分で高く計測され、他の断面でも同様の傾向が確認されている。図-6に、5.46km地点における平成29年7月洪水前の平水時の観測水位を示すが、写真測量は水面下の地盤高を高め計測する傾向が見られる。一方で、水面より高い部分の地盤高は横断測量と良好な対応を示している。

解析では縦横断方向に約1m幅の計算格子を用い、計算格子内に含まれる写真測量による30cm間隔の地盤高データを単純平均し、その値を計算格子の地盤高として与えた。図-7は、写真測量による30cm間隔の地盤高と計算格子の地盤高から作成した黒滝観測所 (6.3km) 周辺の三次元地形コンター図の比較である。2.で示したQ3D-FEBSでは、底面の非静水圧を計算することで、巨岩・巨石の形状を地盤高として与えれば、それらから受けるせん断力と形状抵抗を考慮して流れの解析を行うことができる。図-7に示すように、山地河川における流れの抵抗要素として特に重要と考えられる数mの大きさの巨岩・巨石の形状は、約1m幅の計算格子を用いても概ね再現出来ている。

(3) 巨岩・巨石が点在する山地河川に対する平面二次元解析の課題と新しい解析法の提案

まず、以下に示す①従来法と②本解析法に基づき、滝山川平成29年7月洪水の観測水面形を用いた洪水流解析を行い、解析結果の比較から巨岩・巨石が点在する山地河川に対する従来法と本解析法による洪水流量ハイドログラフの算定精度について検討する。

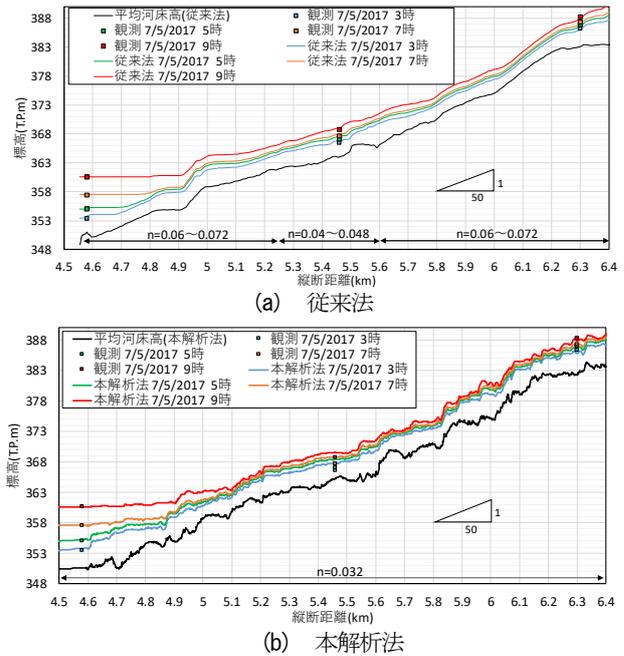


図-8 増水期における観測水面形と従来法、本解析法による解析水面形の比較

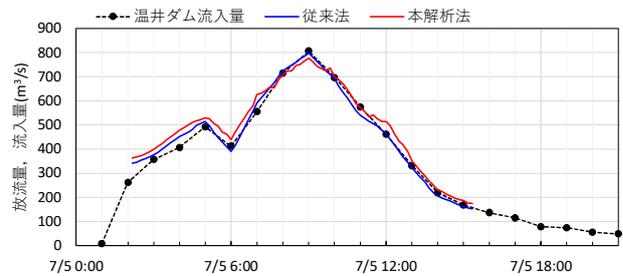


図-9 従来法、本解析法による黒滝観測所(6.3km)の解析流量ハイドログラフと温井ダム流入量ハイドログラフの比較

①従来法：200m間隔の定期横断測量成果から河道の縦横断面形状を作成し、平面二次元解析を用いる方法

②本解析法：3.(2)の方法で河道の縦横断面形状を作成し、Q3D-FEBSを用いる方法

本研究では、上下流端の境界条件に黒滝観測所 (6.3km) と4.58km地点の水位ハイドログラフを与え、温井ダムの流入量ハイドログラフを参考値とし、観測水面形を説明するように洪水流解析を行った。図-8は増水期における観測水面形と従来法、本解析法による解析水面形の比較である。また、図-9は従来法、本解析法による黒滝観測所(6.3km)の解析流量ハイドログラフと温井ダム流入量ハイドログラフの比較である。両解析法ともに、観測水面形及び温井ダム流入量ハイドログラフを概ね説明できている。本解析法では、5.46km地点の解析水位が観測値に比べ高く計算される傾向にある。これは3.(2)で考察した理由から、巨岩・巨石の少ない5.46km周辺では、写真測量による地盤高が高く計測されたことが主な原因である。

表-1に、従来法と本解析法の粗度係数を示す。従来法

の粗度係数は、5.6km～5.25km区間で0.04～0.048，他の区間で0.06～0.072と大きな値となり，また，時間的に値を変化させる必要がある．これに対し，本解析法の粗度係数は0.032となり，河床材料等から考え得る値に収束している．これは，従来法では，200m間隔の横断測量では捉えられない山地河川における平均河床高の縦断変化（図-8(a),(b)参照）や後述する巨岩・巨石周辺の三次元的に複雑な流れの影響が粗度係数の値にしわ寄せされるためである．しかし，このような課題はあるものの，200m間隔の定期横断測量と平面二次元解析に基づく従来法を用いても，観測水面形の時間変化に基づく限り，図-9に示したように山地河川の洪水流量ハイドログラフを算定出来ることは強調すべき点である．

次に，②本解析法と以下に示す③2D解析法の解析結果を比較することで，巨岩・巨石の点在する山地河川に

表-1 各洪水流解析法で設定した対象区間の粗度係数

		巨岩・巨石の割合	7/5 2時～6時	7/5 6時～9時	7/5 9時～12時	7/5 12時～15時
従来法	6.4k～5.6k	多い	0.06	0.06→0.072	0.072→0.06	0.06
	5.6k～5.25k	少ない	0.04	0.04→0.048	0.048→0.04	0.04
	5.25k～4.5k	多い	0.06	0.06→0.072	0.072→0.06	0.06
本解析法	6.4k～4.5k	—	0.032			

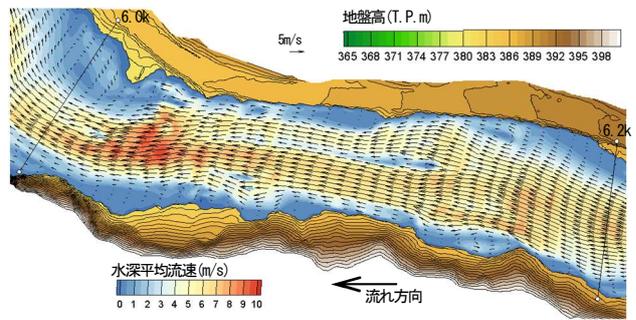
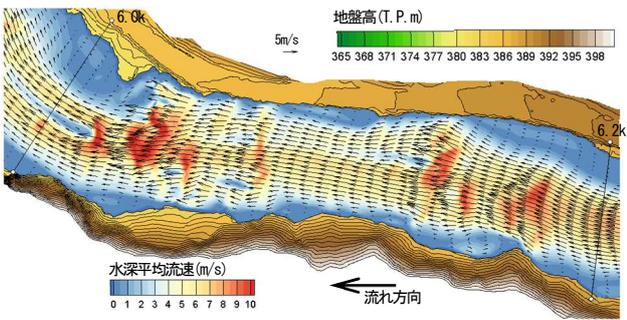
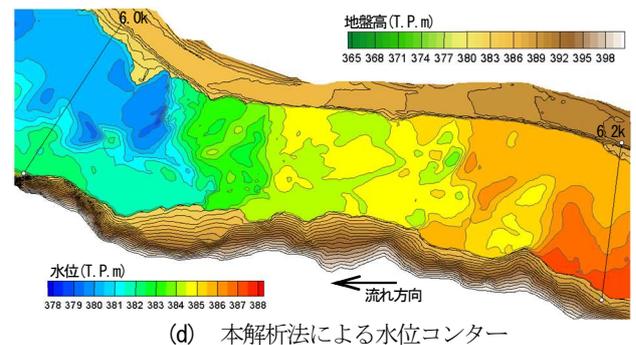
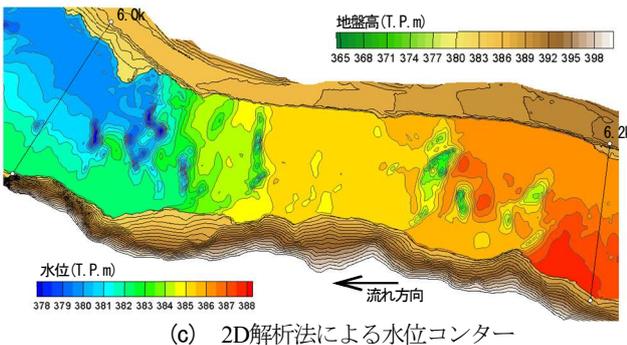
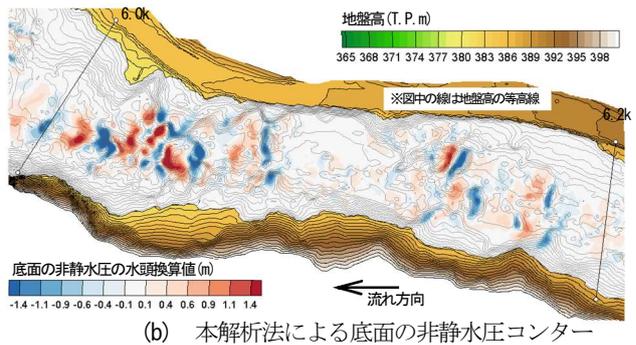
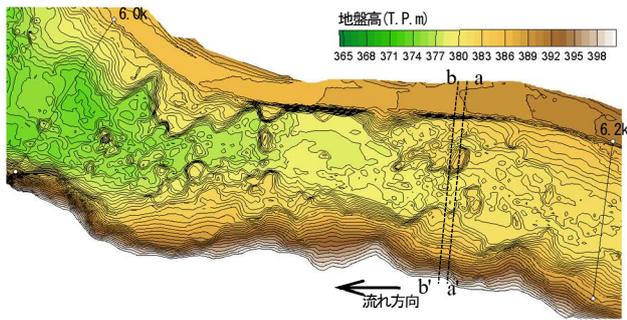


図-10 2D解析法と本解析法による6.0km～6.2km区間における洪水ピーク時（7/5 9時）の平面流況の比較

おける流れ構造の解析法について検討する．

③2D解析法：3.(2)の方法で河道の縦横断面形状を作成し，平面二次元解析を用いる方法

図-10は，図-4(a)に示した巨岩・巨石の多く存在する6.0km～6.2km区間における2D解析法と本解析法による洪水ピーク時（7/5 9時）の平面流況の比較である．また，図-11，図-12は，図-10(a)のa-a'断面，b-b'断面における2D解析法と本解析法による横断面内の流速分布を示す．図-10(a)に見られる数mの大きさの巨岩・巨石の周辺では，図-10(b)に示すように，底面において水頭換算で1m程度の非静水圧が計算されている．また，図-12に示すように，巨岩・巨石周辺の流速分布は三次元的に複雑になる．2D解析法では，非静水圧や三次元流速分布を考慮できないため，図-10(c),(e)，図-11に示すように巨岩・巨石周辺の水位や流速の変化が極端に大きく計算されることになる．

このように，巨岩・巨石の点在する山地河川では，流れの三次元性や非静水圧分布が極めて重要となり，山地河川の地形を如何に詳細に与えても平面二次元解析では，

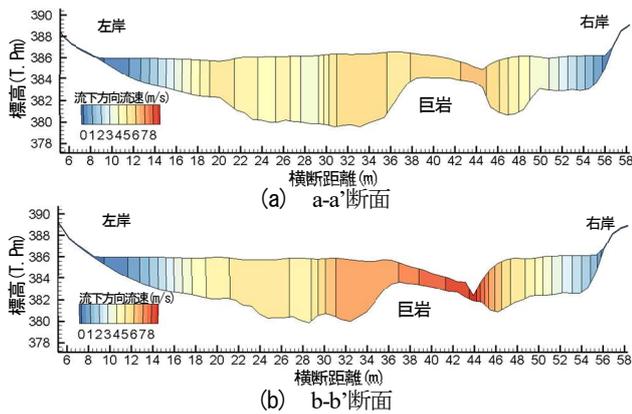


図-11 図-10(a)の点線で示す側線の2D解析法による横断面内の流速分布

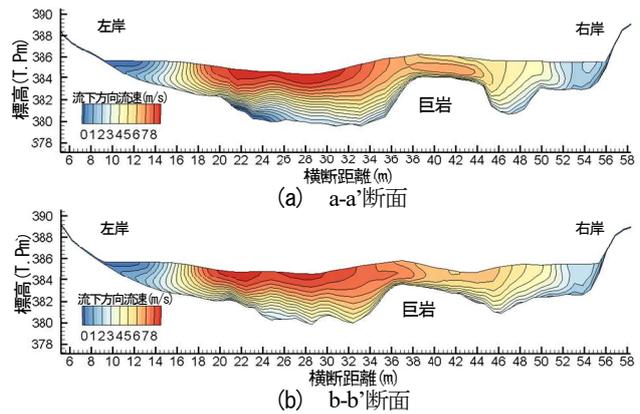


図-12 図-10(a)の点線で示す側線の本解析法による横断面内の流速分布

山地河川の流れ構造の検討には不十分である。山地河川の流れ構造の検討には、巨岩・巨石を含む詳細な地形を考慮し、観測水面形に基づいたQ3D-FEBSによる洪水流解析が必要であり、土砂移動や生物の生息場の検討にも活用出来ると考えている。

4. 結論

本研究では、滝山川の温井ダム上流区間における平成29年7月洪水を対象に、山地河川の洪水流解析に対する平面二次元解析法の課題と新しい解析法について検討した。以下に主な結論を示す。

1. 観測水面形に基づくことで、巨岩・巨石の点状する山地河川の流量ハイドログラフのような積分量は、定期横断測量成果を用いた平面二次元解析から算定可能である。しかし、定期横断測量では捉えられない詳細な地形や巨岩・巨石の形状抵抗等の影響が粗度係数の値にしわ寄せされ、時間・空間的に粗度係数の値を大きく変化させる必要がある。
2. 巨岩・巨石を含む山地河川の詳細な地形を考慮し、Q3D-FEBSにより、観測水面形に基づいて洪水流解析を行うことで、洪水流量ハイドログラフに加え、流れの三次元性や非静水圧分布が極めて重要となる山地河川の流速分布等が精度良く求まる。この時、粗度係数の値は河床材料等に見合った適切な値に収束する。

参考文献

- 1) 福岡捷二：洪水流の水面形観測の意義と水面形に基づく河川の維持管理技術，河川技術論文集，第12巻，pp.1-6，2006。
- 2) 福岡捷二，藤澤寛，大沼史佳：利根川河道の樹木群透過係数と高水敷粗度係数，河川技術論文集，第13巻，pp.333-338，2007。

- 3) 福岡捷二：洪水流の水位と流量の今日的考え方—多点で観測された洪水水位と水面形から河道の水理システムを見える化する—，土木学会論文集B1(水工学)，Vol.73，No.4，I_637-I_642，2017。
- 4) 福岡捷二：洪水水面形観測情報の広域的・統合的活用による流域治水の考え方の構築に向けて，河川技術論文集，第23巻，pp.251-256，2017。
- 5) 塚本洋祐，福岡捷二，大山修：草木ダム貯水池の洪水流動を考慮した洪水流入量，放流量の評価方法に関する研究，河川技術論文集，第22巻，pp.7-12，2016。
- 6) 大野純暉，福岡捷二，時岡真治，田辺裕和：多点水位観測に基づく山地河川の洪水流量算定法に関する研究，土木学会論文集B1(水工学)，Vol.74，No.4，pp.I_799-I_804，2018。
- 7) 内田龍彦，福岡捷二：非平衡粗面抵抗則を用いた一般底面流速解析法の導出と局所三次元流れへの適用，土木学会論文集B1(水工学)，Vol.71，No.2，pp.43-62，2015。
- 8) Uchida, T., Fukuoka, S., Papanicolaou, A.N. and Takiris, A.G. Non-hydrostatic quasi-3D model coupled with dynamic rough wall law for simulating flow over rough bed with submerged boulders, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.142 (11), pp.04016054, 2016。
- 9) 竹村吉晴，福岡捷二，日下部隆昭：大きな水面変形を伴う構造物周辺の流れ解析 (GBVC-FSV法) —自由水面渦度の生成と供給機構の導入，土木学会論文集B1(水工学)，Vol.73，No.4，I_667-I_672，2017。
- 10) 竹村吉晴，小野伊佐緒，伊藤幸義，福岡捷二：大型床固めに接続する魚道周辺の三次元流況—大型水理実験と準三次元解析による比較検討，年次学術講演会講演概要集，Vol.73，pp. II-127，2018。
- 11) 渡邊明英，福岡捷二，Alex Gorge Mutasingwa，太田勝：複断面蛇行河道におけるハイドログラフの変形と河道内貯留の非定常二次元解析，水工学論文集，第46巻，pp.427-432，2002。

(2019. 4. 2受付)