

〔特集〕近年の災害から「混相流」を考える

Interface-Resolved Simulation による水土砂災害対策の検討

琉球大学 工学部
中央大学 研究開発機構福田 朝生*
福岡 捷二Investigation on countermeasures against flood and sediment disasters
by using Interface-Resolved Simulation*Tomoo Fukuda, Faculty of Engineering, University of the Ryukyus
Shoji Fukuoka, Research and Development Initiative, Chuo University

*E-mail : t-fukuda@tec.u-ryukyu.ac.jp

1 はじめに

一メートル級の巨石を含む土石流などは、粒子の大きさが水深と同程度の大きさとなる。このため、粒子群を連続体近似した数値解析で現象を推定することが困難となる。水土砂災害対策を考察する上では、しばしばこのような大きな固体群と流れの相互作用を推定する必要が生じる。大きな固体群と流れの相互作用の推定には、個々の固体群の運動を Lagrange 的に個別要素法で推定し、このような解析と流れの数値解析をカップリングさせた手法が有効である。固体の運動を Lagrange に解析する方法では、流体計算で、固体の形を解像するか否かで、解析法を分類することができる。このうち固体よりも小さな計算格子等を用いて固体の形を解像できる精度で流れを解く数値解析法を、ここでは Interface-Resolved Simulation (IRS) とよぶこととする。

IRS により一様流中の球に作用する抗力を推定した研究では、抗力係数などの経験的な定数を用いずに、球周りの解かれた流れの応力場から抗力をよく推定できることが確認されている^{1),2),3)}。IRS は、粒子群を連続体近似した枠組みの固液混相流の力学機構を考察する基礎研究の検討ツールとして用いられることが多い^{例えば4)}。また、現地の水土砂災害の現象を IRS で直接解析することは、計算負荷が大きくなることや、地形境界条件を与えることの困難さなどからほぼ実施されていない。しかし、前述のように、大きな固体群と流れの相互作用は、固体群を連続体近似した手法では推定が困難であることから、実用

に耐え得るのであれば多少解像度が低くても、現地スケールの現象を直接対象とした IRS を実施し、水土砂災害の検討ツールとして活用していくことが重要である。

著者らは、これまでに、小球を隙間なく連結させた任意形状の物体のモデルを用い、これらの物体と流れの相互作用を推定することができる IRS の数値解析コード (Arbitrary Particle Multiphase : APM) を開発し、種々の現象にこの解析モデルを適用してきた^{3),5),6),7),8),9)}。

本稿では、まず、APM の解析法について説明する。つづいて、APM を土石流水路実験結果に適用し、高濃度土砂流に対する APM の適用性を確認した結果を紹介する。最後に、APM で現地スケールの現象を解析し、水土砂災害対策の検討において IRS を直接活用した例として、現地土石流を解析し鋼製スリット型砂防堰堤の形状を検討した例、および河岸侵食対策として用いる屈撓性を持つ袋詰玉石工の、水流に対する安定な構造と配置を検討した例を紹介する。

2 流体と固体運動の連成解析法

APM の解析法の概要図を図 1 に示す。APM では、石礫粒子の形状を考慮した詳細な流れを解くため、石礫粒子よりも小さな計算格子を用いる。流れの解析では、粒子部分に粒子の速度や密度を与え、粒子を含む全体を混相流体として非圧縮性流れとして解く。これにより、固相の運動量が考慮された流れとその応力場が解かれる。解かれた流れの応力場から

粒子に作用する流体力を求め、流体力を考慮した粒子の運動を個別要素法を用いて解く。これを繰り返して流体と粒子の三次元運動の相互作用が解かれる。

2.1 流れの数値解析

以下に液相の解析の基礎式を示す。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

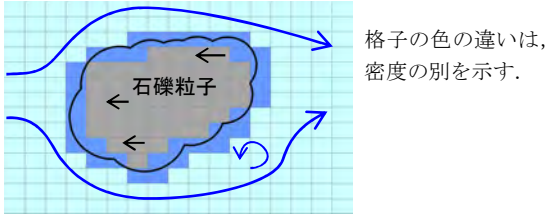
$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \{2(v + v_t)S_{ij}\} \tag{2}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{3}$$

$$v = \mu / \rho \tag{4}$$

$$v_t = (C_s \Delta^f)^2 \sqrt{2S_{kl}S_{kl}} \tag{5}$$

ここに u_i は固相部分も考慮した計算格子内の質量平均の i 方向速度、 ρ および μ は固相部分も考慮

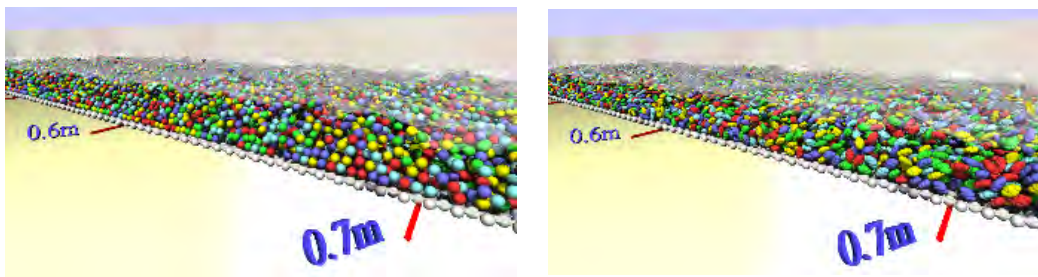


流体計算格子

図1 APMの解析法の概要図

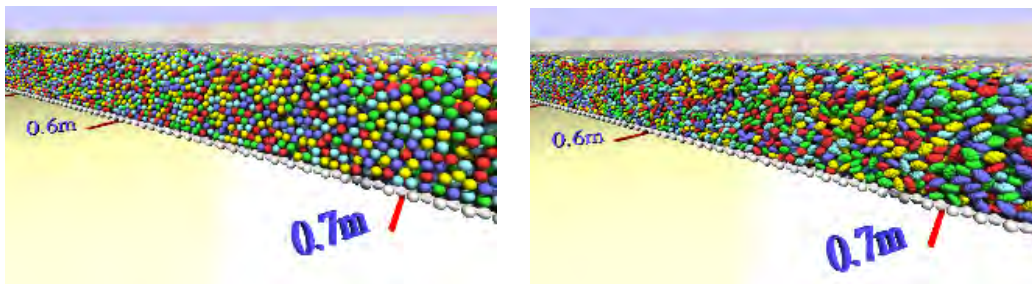


図2 土砂流実験の解析に用いた粒子モデル



ケース1 (球)

ケース1 (礫2)



ケース2 (球)

ケース2 (礫2)

図3 土砂流の解析結果のスナップショット

した計算格子内の体積平均密度および粘性係数である。 g_i は重力加速度、 P は圧力とSGS応力の等方成分の和、 C_s はスマゴリンスキー定数、 Δ^f は計算格子サイズである。これらを直交格子スタガード配置の差分法で解いている。移流項には三次精度の風上差分を用い、SMAC法を用いて時間積分を行っている。自由水面の変化は格子内の流体占有率の変化を解いて表現している。格子の内の平均密度 ρ と流速 u_i は次式により計算している。

$$\rho = \int_{V_c} \rho' dV / \int_{V_c} dV \tag{6}$$

$$u_i = \int_{V_c} \rho' u'_i dV / \int_{V_c} \rho' dV \tag{7}$$

ここに、 V_c は1つの流体計算格子内の領域、 ρ' 、 u'_i は流体計算格子内で粒子の位置によって値が変化する密度と速度である。上式の体積積分は、流体計算格子内にサブセルを配置し、サブセル地点の値を用いて計算している。

2.2 流体力の計算

固体に作用する流体力 F_i^f とそのトルク T_i^f は次の式で計算する。

$$F_i^f = \int_{V_g} \left(-\frac{\partial P}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (2(v + v_t)S_{ij}) \right) dV \tag{8}$$

$$T_i^f = \int_{V_g} \left\{ \epsilon_{ijk} r_j \left(-\frac{\partial P}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial}{\partial x_l} (2(v + v_t)S_{kl}) \right) \right\} dV \tag{9}$$

ここに、 V_g は、固体内部の領域であり、 r_j は、固体の重心から体積積分の積分地点までの位置ベクトルである。

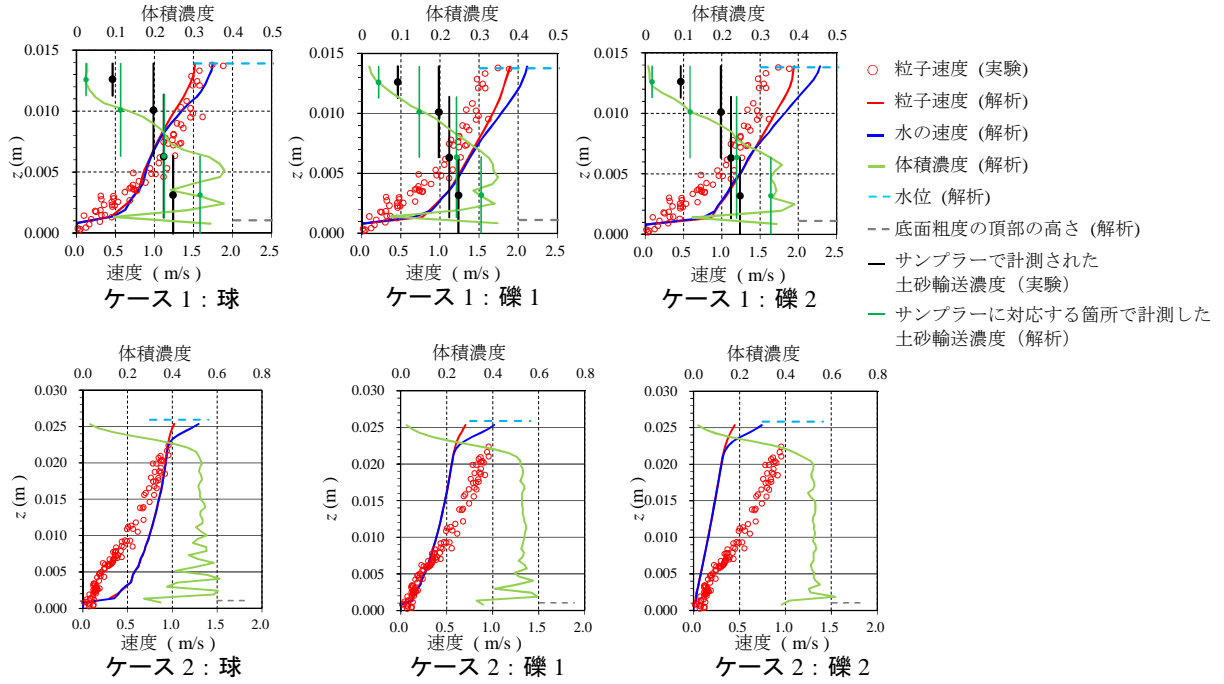


図4 粒子と水の速度分布および濃度分布

2.3 固体運動の計算

固体群の運動は、以下の並進と回転の運動方程式を用いる。

$$M\ddot{r}_i^g = Mg_i + F_i^f + F_i^c \quad (10)$$

$$\dot{\omega}_{i'} = I_{i'}^{-1} \{ R_{j'i} (T_i^f + T_i^c) - \varepsilon_{j'k'l'} \omega_{k'} I_{l'm'} \omega_{m'} \} \quad (11)$$

ここに下付きのダッシュのついていない指標は、空間に固定された座標系の成分を示し、ダッシュのついた指標は剛体に固定された座標系の成分を示す。 M は剛体の質量、 r_i^g は剛体の重心位置、 ω_i は角速度ベクトル、上付き添え字 f 、 c は流体力および接触力の成分を示す。 g_i は重力加速度、 $I_{i'}^{-1}$ は剛体に固定された座標系の慣性テンソル成分の逆行列、 $R_{j'i}$ は $e_{j'} \cdot e_i$ である ($e_{i'}$ 、 e_i は単位基底ベクトル)。 $\varepsilon_{i'j'k'}$ はレビチビタ記号である。これらの解析において基底ベクトル $e_{i'}$ の回転や $R_{j'i}$ を用いた座標変換には、四元数を用いた。

3 土石流水路実験結果への適用

初めに、土石流の水路実験結果に APM を適用した事例を紹介する。対象としたのは、伊藤ら¹⁰⁾によって実施された土石流の水路実験結果である。2 ケースの実験結果を対象に解析を行っており、ケース1は、文献¹⁰⁾の土砂輸送濃度 $c_f=0.196$ の Run001 と、ケース2は、 $c_f=0.444$ の Run196 である。実験に用いられた粒子は、0.00218m である。図2には、

解析に用いた粒子のモデルを示す。球と2種類の礫形状の粒子を用いて解析を行った。モデル粒子の直径は0.00218m である。礫の直径は、礫と同一体積の球の直径で定義した。実験水路の幅は0.1m であり、土砂の流下距離は約7m であった。解析では、長さ1m、幅0.1m の計算領域で上下流端に周期境界条件を与えて解析を行った。計算格子サイズは、粒径の1/4 の0.000545m である。

図3には、球と礫2の2ケースの解析結果のスナップショットを示す。また、図4には、解析に用いた3つの粒子の2ケースの実験と解析の粒子速度、解析の水の速度、実験と解析の濃度分布を示す。なお、実験では、高濃度のケース2の濃度分布は計測されていないため示していない。

実験の土砂輸送濃度が0.196のケース1は、球粒子も礫粒子も共に、実験の粒子速度を概ねとらえている。粒子の体積濃度は、解析結果は実験に対し、底部でやや過大に、水面付近でやや過小となっているが概ね実験結果を捉えている。

土砂輸送濃度の大きなケース2では、実験結果は、底面付近では粒子の速度はほぼ生じていない。解析では、球については、解析粒子速度は底面付近で実験値よりもかなり大きく、また、鉛直方向のほぼ全体に亘って粒子速度は実験値よりも大きく解析されている。礫1と礫2の解析結果はともに底面付近で実験と同様に粒子速度は小さくなった。礫2の粒子速度は、全体的に実験よりもかなり小さくなった。礫1は、球および礫2と比較してかなり実験値に近い性状になっている。粒子速度について、実験値

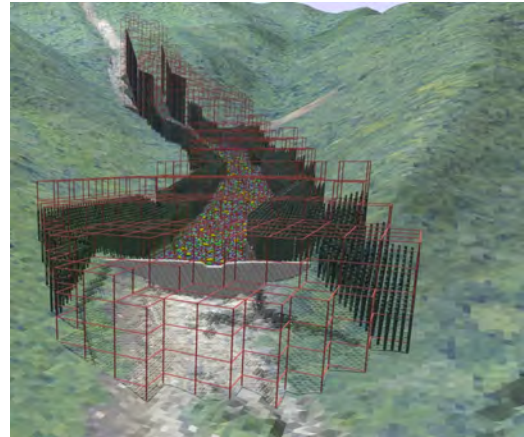
は球のケースと礫 1 のケースの間の値を示しており、形状の調整によってはこれらの誤差はさらに小さくなる余地がある。これらの解析は、粒径の1/4のサイズの格子を用いて実施しているが、この程度の格子サイズでも高濃度土砂流の運動を概ね説明できることが確認できた。

4 鋼製スリット型砂防堰堤の形状検討

4.1 検討目的および解析条件

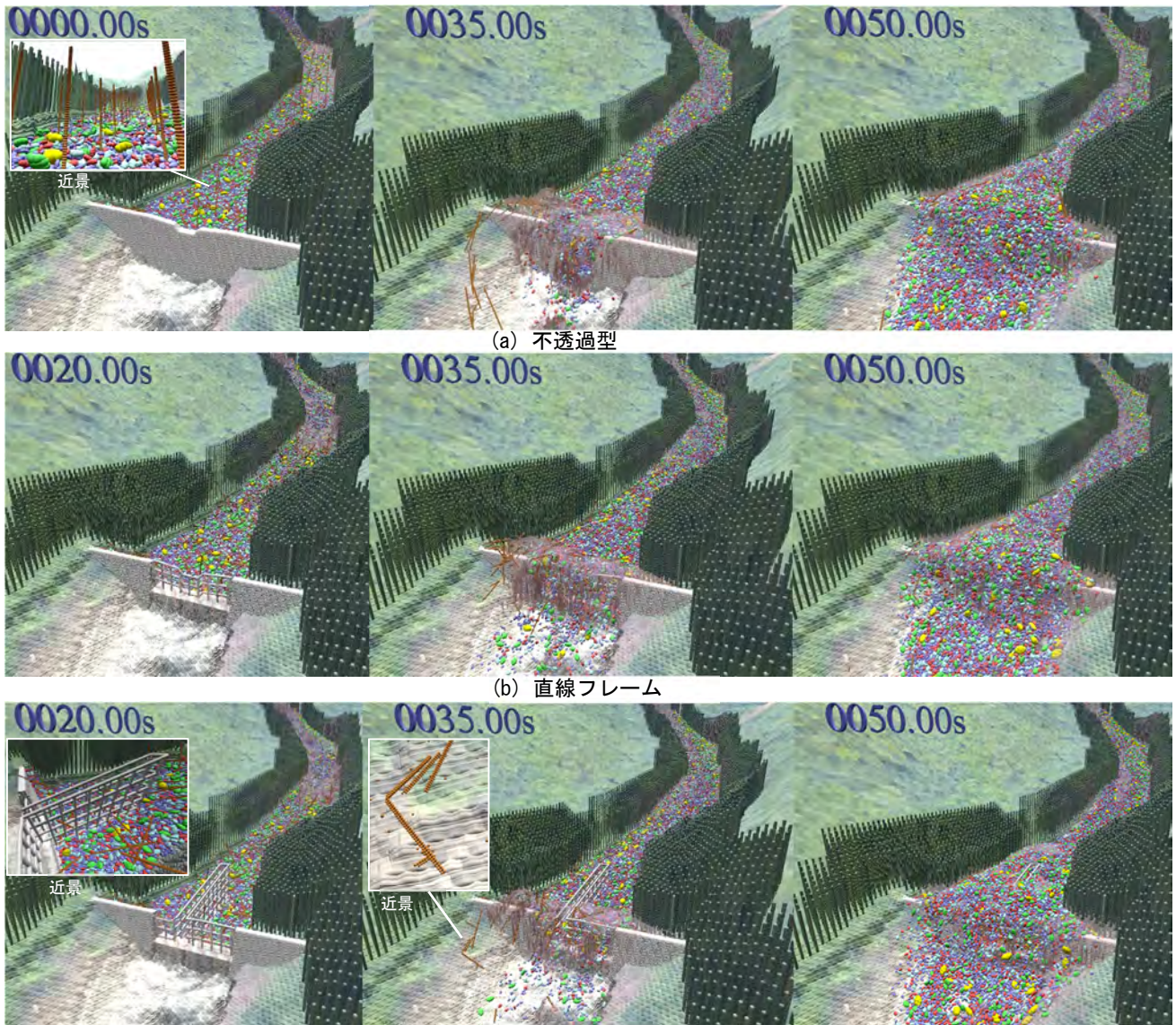
一般に砂防堰堤は、溪流の流下方向に直交する直線的な形状となっている。これに対し、溪流の流下方向の構造の形状について積極的に考察することで、より効果的に土砂を捕捉する砂防堰堤を見出すことができる可能性がある。砂防堰堤の土石流捕捉効果を適切に検討するためには、現地の地形を考慮して実際に近い土石流の流れを対象とすることが重要で

ある。数値シミュレーションでこのような検討が可能となれば、土石流対策において有効な検討ツールとなる。巨石を含む土石流の運動や、鋼製スリット



※ 図の煩雑さを避けるため、計算領域境界のブロックの辺のみ表示している。

図6 IRLES解析領域全景（土石流解析前）



※ 粒径：青 0.4 m, 赤 0.5 m, 水色 0.6 m, 黄緑 0.8 m, 黄色 1.2 m

図5 APMによる土石流の解析結果

を有する砂防堰堤周辺の土石流の振舞いは、粒子群を連続体近似する従来の数値解析手法では推定が困難である。これに対し著者ら⁸⁾は、APMを用いて現地の複雑な地形を考慮した土石流のIRSを実施した。

この検討では、土石流と鋼製フレームの接する面積をより大きくとり、継続的に水位を下げる機能を有するように、上流方向に凸型をした鋼製フレーム（凸フレームとよぶ）（図5(c)左図参照）を持つ砂防堰堤を提案し、その効果を、APMを用いて分析した。対象とした土石流は、2014年8月に広島市の安佐南区八木で発生した土石流である。

現地の複雑な地形を流れる土石流を対象としてIRSを行う場合、計算規模が大きくなるため、並列化が必要となる。また、単純に領域を均等分割して、各領域の計算を複数のプロセスに割り当てても、粒子数の空間的なアンバランスにより、プロセス間の計算負荷のアンバランスを生じ、効率良く計算を行うことができない課題がある。このような課題に対し、著者らは、複雑な形状の溪流の領域を複数のブロックに分割し、1つのプロセスが、複数の計算領域ブロックを計算できるようにし、かつプロセスの計算負荷に応じて、プロセスが、ブロックを自動的に交換し、プロセス間の計算負荷のアンバランスを低減する並列計算方法を開発した⁷⁾。図6は、計算領域とブロック分割の様子を図化したものである。この解析では、5m立法のブロックで計算領域を分割し、このブロックを2,002個用いて計算を行った。

土石流解析に用いた粒子の大きさは、計算負荷低減の観点から、最小粒径をやや大きめの0.4mとし、0.4m、0.5m、0.6m、0.8m、1.2mの5粒径の粒子群で溪床を形成した。同じ粒度分布の土石流を上流端から与え、Lagrange的に直接解析できない小さな粒子の効果を考慮するため流体密度は、 $1,600\text{kg/m}^3$ とした。流体計算格子サイズは最小粒径の1/4の0.1mとした。流木の捕捉効果も考察するため、小球を連結して、変形・破壊を考慮できる流木のモデルも用いた。解析領域は、堰堤の上流区間の約200m区間とし、IRS区間の上流端条件は、平面二次元の土石流解析を行い、その解析結果の水と土砂を与えた。本検討では、凸フレームの解析と、その効果を分析するための比較対象として、直線の透過型砂防堰堤と不透過型砂防堰堤についても解析を行った。

4.2 凸フレームの土石流補足効果

図5には、不透過、直線フレーム、凸フレームの各ケースについて、衝突直後の $t=35\text{s}$ 時点、および解析最終段階の $t=50\text{s}$ 時点の様子を示す。衝突直後の $t=35\text{s}$ のいずれのケースも土石流の偏向に

表1 堰堤上流区間の堆積容量

ケース	全体		流木	
	堆積容量	差分	堆積容量	差分
A 不透過型	3,260 m ³		9.3 m ³	
B 直線フレーム	3,033 m ³	B-A -227 m ³	9.3 m ³	B-A 0 m ³
C 凸フレーム	4,284 m ³	C-A 1,024 m ³	13.1 m ³	C-A 3.8 m ³

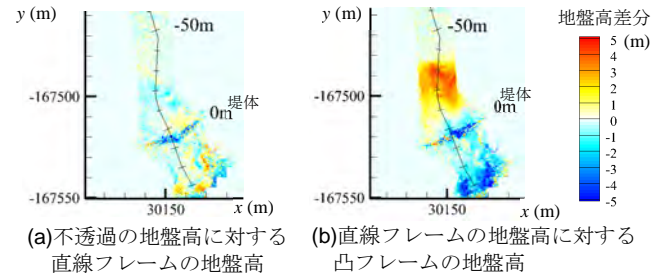


図7 各ケースの地盤高差分コンター図 ($t=50\text{s}$)

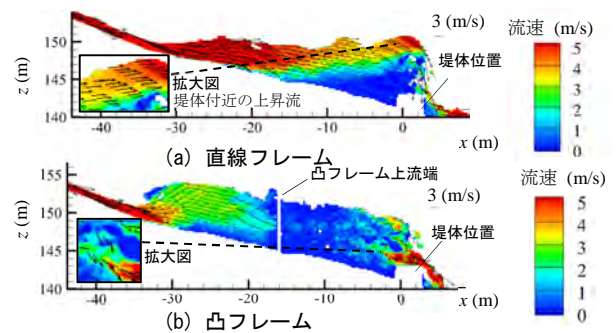


図8 鉛直平面内の主流速コンター図 ($t=50\text{s}$)

より、右岸側の不透過部を乗り越えて流木が流出しているが、 $t=35\text{s}$ の堰堤からの流木の流出量は、不透過、直線フレーム、凸フレームのそれぞれで、 4.3m^3 、 4.4m^3 、 3.1m^3 となっており、凸フレームが一番流木の流出を抑制できている。

表1には、解析最終の50s時点の堰堤上流100mの範囲の各ケースの堆砂容量と、流木の堆積容量を示す。不透過型と直線フレームの堆砂容量は、ほぼ同様の $3 \times 10^3\text{m}^3$ 程度であるのに対し、凸フレームの堆砂容量は、 $4 \times 10^3\text{m}^3$ 程度と大きく上回っており、不透過型に対して凸フレームでは約30%も堆砂容量が増加している。また、流木の捕捉量は、不透過と直線フレームでほぼ同様の 9m^3 程度である。この土石流では、衝突初期に堤体付近で右岸寄りに偏流が生じている。このため不透過型も直線フレームも、ともに不透過となっている右岸から多くの流木が流出し（図5の中央の図参照）、両ケースで流木捕捉量が同程度になったと推定される。一方、凸フレームでは流木捕捉量が 13m^3 程度と不透過型と比較し約40%も増加している。凸フレームは流れを堤体に垂直方向に整え、衝突初期に偏流により、土石流が堤体側方から流出する現象を抑制する効果

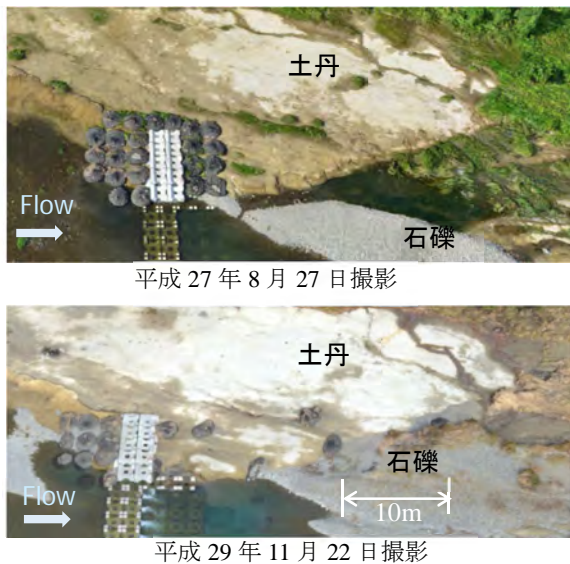


図9 袋詰玉石工の流失前後の状況
(上段：流失前，下段：流失後)

があると考えられる。

図7には、解析の最終段階の、不透過型の地盤高に対する直線フレームの地盤高の差、および、直線フレームの地盤高に対する凸フレームの地盤高の差を示す。この図より、凸フレームでは不透過型や直線フレームと比較し、堰堤から約15m上流の凸フレームの先端付近で堆砂量が顕著に増加しており、他と比較し4m程度堆砂高が上昇している。図8には溪流の中心付近の鉛直面内の主流速カウンター図を示す。直線フレームでは、堤体が不透過となり、明確な上昇流が発生しているのに対し、凸フレームでは堤体底部で流速が増加している。この部分では、堆砂域からフレーム内に水が流出していることが解析結果で確認されており、このような流れが、堆積域の水圧を低下させて土砂と流木の捕捉量増加に寄与したものと考えられる。これらの考察より、凸フレームは土砂と流木の捕捉量を増加させることができる有効な構造と判断される。

5 袋詰玉石工の構造・配置検討

多摩川 44.7k 付近は、河岸に土丹が露出する区間である。また、石礫の流出を防ぐための横断構造物である帯工が複数設置されている。しかし、帯工の袖部の土丹が特に侵食を受ける傾向にあり、この部分の侵食対策が課題となっている。この課題に対し多摩川では、袋詰玉石工を用いた帯工袖部の土丹の侵食対策が実施されている。しかし、これらの袋詰玉石工も洪水により流失する事例が生じており、帯工袖部の土丹を保護するために設置する袋詰玉石工の構造と配置の改良が必要となっている。

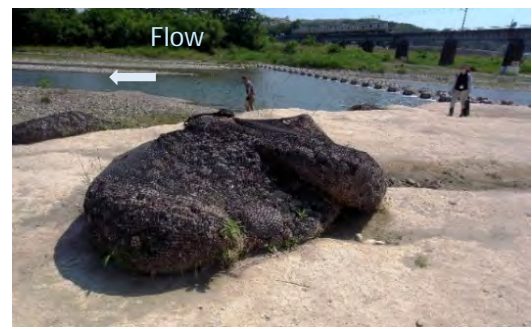
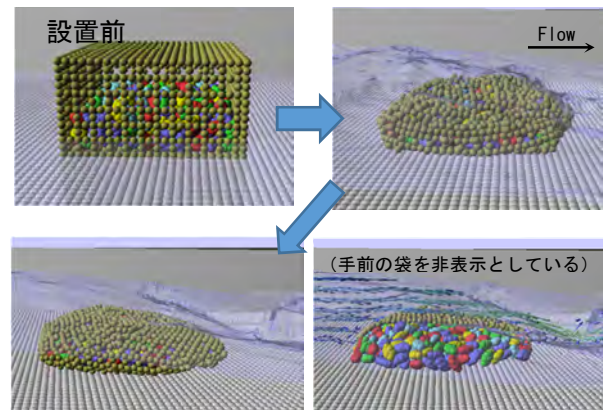


図10 移動した袋詰玉石工の近景(2018/6/4 撮影)



左図と同時刻の袋の中の石礫と流れの様子

図11 水路上の袋詰玉石工の安定解析例

図9には、本研究で対象とする多摩川 44.7k 付近の土丹の露出状況と帯工袖部に設置された袋詰玉石工(上段)、平成29年10月洪水(当該地点ピーク流量：約 $1,900\text{m}^3/\text{s}$)によって流失した後の袋詰玉石工の状況(下段)を示している。平成29年10月洪水で、特に帯工下流部の袋詰玉石工の多くは20m近く移動してしまった。袋詰玉石工は設置時には平面的に丸い形状をしているが、流失後には、内部の石が動き、大きく変形し流れの抵抗をより受けやすい形になっていると考えられる(図10参照)。

袋詰玉石工の屈撓性の利点を生かした河岸侵食対策が必要であるが、このためには、変形しにくい袋の構造への改善や、河岸地形や現地の流れ場に応じた流失しにくい適切な配置方法を確立する必要がある。この目的のために、著者らは、APMを活用し、屈撓性を持つ袋詰玉石工と流れの相互作用を考察できる数値解析モデルを構築し、この数値解析モデルを用いて多摩川の侵食対策として有効な袋詰玉石工の構造と配置を検討した⁹⁾。

5.1 袋詰玉石工のモデル

構築した袋詰玉石工のモデルを数値的な水路に設置して安定性を解析した例を図11に示す。図11に示すように小球を連結させて紐状とし、これらを網の様に連結させることで網袋のモデルを構築してい

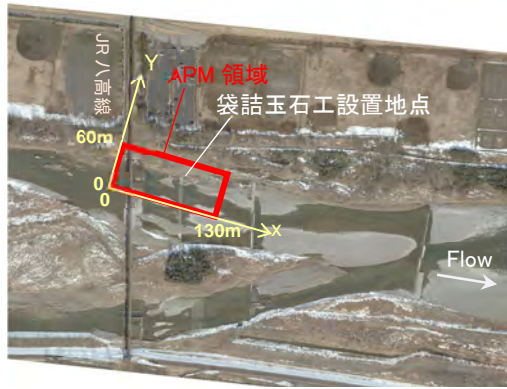


図12 IRS解析対象領域

る。石礫は図2に示す礫2と同じ形の径が0.2mの石礫モデルを用い、複数の石礫を網モデルの中に入れ、屈撓性のある袋詰玉石の運動を解析できるようにしている。このモデルにおいて結合されている網と網の間の接触力の算定法では接平面方向の力は生じないようにしており、これにより、袋の屈撓性を表現できるようにしている。

5.2 検討ケース

この検討では、図9に示すJR八高線多摩川鉄橋直下流の帯工袖部の袋詰玉石工を対象とし袋詰玉石工が流失した平成29年10月洪水相当の外力を与え、2ケースの袋詰玉石工の安定性解析を実施した。ケース1(再現計算と呼ぶ)は、平成29年10月洪水で流出する前の袋詰玉石工の大きさ、配置で安定性解析を実施した。再現計算では、現地に施工された袋詰玉石工と同様に、1つの大きな袋で石礫を包んだ袋詰玉石のモデルを用いた。この解析から袋詰玉石工の流失に対するモデルの再現性を確認し、また、実際に流失した袋詰玉石の配置の課題を明らかにした。

ケース2(新規案と呼ぶ)は、再現計算の結果を踏まえて、流失しにくいように工夫した新しい袋詰玉石の施工案で安定性解析を行い、新規案の効果を評価した。図13には、新規案で用いた袋詰玉石工のモデル(小分け袋モデルと呼ぶ)を示す。小分け袋モデルは、袋の中の石礫の動きを抑制するため、まず、約1tの石礫を含む小袋を作成し、この小袋4つ分を1つの大きな袋で包む新しい袋詰玉石工である。流体計算格子サイズは、石礫径(0.2m)よりは大きい、高さ約1m程度の袋詰玉石工の周囲の流れを説明できるサイズとして0.25mとした。

5.3 洪水流に対する袋詰玉石工の安定性解析結果

図14には、袋詰玉石工の移動速度を算出し、1時間あたりの移動距離としてベクトル表示したものを

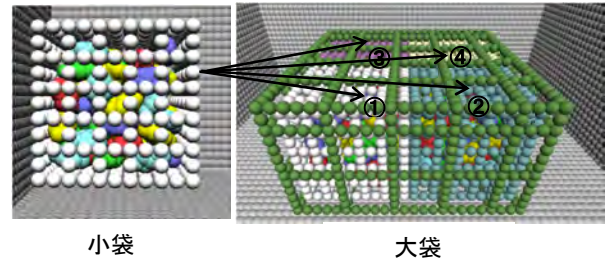
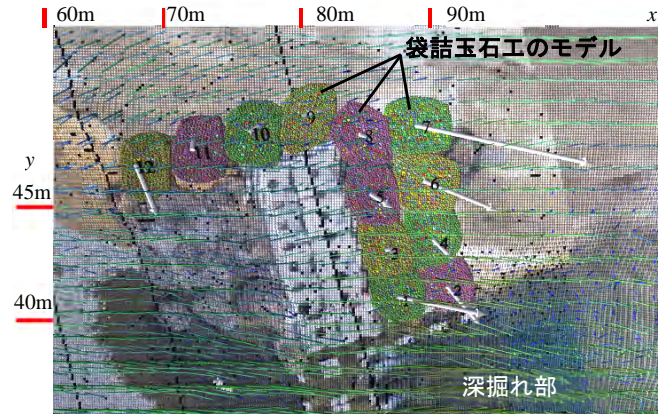
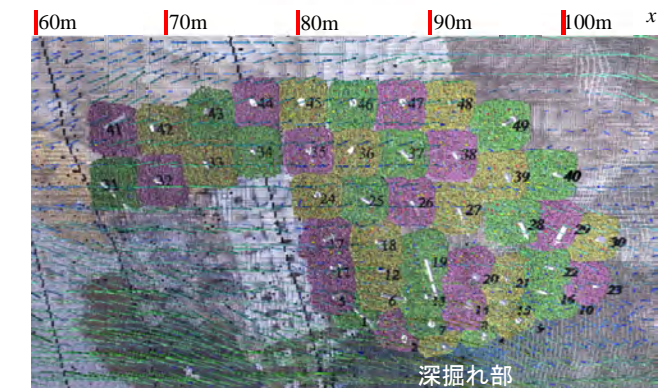


図13 小分け袋詰玉石工モデル



a) 再現計算



b) 新規案

図14 時間あたりの推定移動距離

- ※ 袋詰玉石工の個体の別を示すため、袋詰玉石工の袋の色を、黄色、黄緑、ピンクの3色に分けて表示している。
- ※ 白色の太いベクトルは、解析から推定された1時間あたりの移動距離を示す。

示す。上段の再現計算の結果では、帯工の下流部では、1時間あたり10m近くも移動することが推定されており、解析結果は、平成29年洪水で袋詰玉石工が移動した状況を概ね説明できていると考えられる。

図14の下段は、新規案の結果である。再現計算結果より、帯工から20mほど下流では、帯工付近と比較し、流速は大きく減じられていることが確認された。このため、新規案では、帯工直下から約20mほど下流まで袋詰玉石を連続的に配置し、合計49基の袋詰玉石工を用いた。再現計算結果と同様に時間あたりの移動距離を確認すると、新規案では、再現計算の帯工直下(x=85m付近)で見られた、袋詰玉石の10mほどの大きな移動は、ほぼ抑制できていることがわかる。

この結果を受け多摩川では、新規案をベースに4つの小袋を包んだ袋詰玉石工を用いて図15に示すように、袋詰玉石工を新しく配置した。

2019年10月に当該地点では、2017年10月洪水(当該地点ピーク流量 $1,900\text{m}^3/\text{s}$)のピーク流量を大きく上回るピーク流量が約 $4,600\text{m}^3/\text{s}$ の洪水が発生した。しかし、新しく配置された改良型の袋詰玉石工は、一部めくれ上がりはしたものの、流失することなく、大部分が元の形状を保持することができている¹⁾、巨大な外力に対しても安定に機能する構造と配置であることが確認された。

6 おわりに

本稿では、高濃度土砂流に対する APM の解析精度を示すとともに、水土砂災害対策の検討ツールとして APM による IRS を活用した例として、鋼製スリット型砂防堰堤の形状検討と、河岸侵食対策としての袋詰玉石工の構造・配置の検討を紹介した。これらの事例のように、連続体近似の運動解析モデルでは考察が難しい現象でも、IRS で考察できる場合も多く、水土砂災害対策において IRS を活用することの利点は多い。計算機性能の向上とともに計算コストがより手頃になれば、IRS の精度向上や、解析の対象領域の拡大も見込むことができ、IRS は水土砂災害の検討ツールとしてより活用されていくことが期待される。

謝辞：本研究の一部は科研費 19K04623 の助成を受けたものです。

引用文献

- 1) 梶島岳夫, 瀧口智志, 浜崎洋至, 三宅裕: 渦放出を伴う粒子を含む鉛直平行平板間の乱流構造, 日本機械学会論文集 (B 編), 第 66 巻, pp.120-127, 2000.
- 2) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師: 3次元自由水面流中の接触を伴う任意形状物体運動に対する数値解法, 土木学会論文集 B, Vol.64, No.2, pp.128-138, 2008.
- 3) Fukuda, T. and Fukuoka, S.: Interface-resolved large eddy simulations of hyperconcentrated flows using spheres and gravel particles, *Adv. Water Resour.* Vol. 129, pp.297-310, 2019.
- 4) Kidanemariam, A.G., Uhlmann, M., 2014. Interface-



図15 新たに設置した帯工袖部の袋詰玉石工の全景 (2019/3/15 撮影)

resolved direct numerical simulation of the erosion of a sediment bed sheared by laminar channel flow, *Int. J. Multiphase Flow*, 67:174-188, 2014.

- 5) Fukuoka, S., Fukuda, T. and Uchida, T.: Effects of sizes and shapes of gravel particles on sediment transports and bed variations in a numerical movable-bed channel. *Adv. Water Resour.*, Vol.72, pp.84-96, 2014.
- 6) Tomoo Fukuda, Shoji Fukuoka: Euler-Lagrange simulation of invert concrete abrasion, *2nd International Workshop on Sediment Bypass tunnels Kyoto-Japan*, Vol.30, FP1 4, 2017.
- 7) 福田朝生, 福岡捷二: 複雑境界形状の大規模固液混相流解析のための動的負荷分散を考慮した並列計算法, 土木学会論文集 B1(水工学), No.5, pp.I_703-I_708, 2018.
- 8) 福田朝生, 福岡捷二: 凸型の鋼製フレームを持つ砂防堰堤による流木を含む高精度数値解析法を用いた土石流捕捉効果の検討, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.76, pp.I_1177-I_1182, No.2, 2020.
- 9) 福田朝生, 澁谷慎一, 福岡捷二: 改良された袋詰玉石工の洪水時の安定性評価技術の開発とこれを活用した袋詰玉石工の構造・配置の技術的検討, 河川技術論文集, 第 25 巻, pp.463-468, 2019.
- 10) 伊藤隆郭, 江頭進治, 宮本邦明, 竹内宏隆: 土石流の固定床から移動床流れへの遷移過程に関する研究, 水工学論文集, 第 43 巻, pp.635-640, 1999.
- 11) 佐久間清和, 澁谷慎一, 福岡捷二: 2019 年台風 19 号洪水に対する「改良型袋詰玉石工」の洗掘防止効果, 河川技術論文集, 第 26 巻, 2020.