

堤防基盤漏水によるパイピング発達過程の実験結果に対する鉛直準二次元固液二相流解析の適用性に関する研究

基盤漏水, パイピング, 鉛直準二次元固液二相流解析,
パイピング実験

中央大学研究開発機構 ○田端 幸輔
中央大学研究開発機構 福岡 捷二

1. 序論

洪水時の堤防基盤漏水に伴うパイピング破壊は、目に見えないところで徐々に進行する破壊現象であるため、危険箇所を推定することが困難であるとともに、どの程度パイピングが発達すると堤防破壊に繋がるかについて、十分明らかにされていない。我が国では、堤防のパイピング破壊は、土構造物の変形・破壊問題の一つとして、主に地盤工学分野で扱われてきた。そこでは変形や破壊中の状態を議論することが多いが、河川工学的には、どの程度パイピングが進行・発達すると堤体の変形・破壊が生じる危険性が高くなるのかを明らかにし、有効なパイピング対策を考えていくことが必要である。このためには、パイピングを水と土砂が混ざり合っ起こるダイナミックな移動現象として捉えた解析法を打ち出し、これと堤防の変形・破壊を関係付けていくことが求められている。

本研究では、河川水の基盤透水層への浸透により基盤層内の圧力が高まることで噴砂孔が形成され、堤体直下に現れる空隙部分で水と土砂が移動することにより、パイプが拡大・進行することを解析する。このために、鉛直準二次元固液二相流モデルを構築し、模型実験データを用いて、パイプの発達に伴うピエゾ水頭の変化、噴砂孔発生箇所の境界条件の影響について検討を行い、本手法の有用性や今後の課題を示す。

2. 解析手法

堤防詳細点検りでは、パイピング破壊の危険性を、堤防裏法先付近の浸透圧力が被覆土重量を越えるかどうかにより評価している。この手法は土中の浸透水のみに着目したもので、パイピングの発達・進行と、これによって堤防がどの程度危険な状態となるかを判断することは難しい。

堤防のパイピングの進行・発達に関連し、水と土砂の混ざり合った場の運動を力学的に扱った研究については、例えば Shamy, et al.²⁾が、Euler-Lagrange 法により水を連続体、砂粒子を DEM でモデル化し、構造物との連性解析を行い、砂粒の移動に伴う構造物安定性を検討している。また、Wang, et al.³⁾は、土中のパイプ内の水の流れを定常1次元管路の運動方程式を用いて表現し、パイプのフロント部に作用する内部侵食力を考慮することで、パイプの進行・発達を解析している。齊藤ら⁴⁾は、粒子法に土の応力ひずみ関係を記述する構成則を導入することで、パイピング発生時の堤体土の変形解析を行っている。藤澤ら⁵⁾は、砂が有効応力を失った状態における鉛直方向の砂の移動速度を、二

流体モデルから理論的に導いている。

本研究では、水と土砂のダイナミックな運動を考慮し、パイピングの進行・発達過程を表現できるモデルを構築する。図-1 に示すような不透水性土で出来た堤防の直下の透水性基盤層を考える。初期状態の地下水位に比べて河川水位が十分高まると、動水勾配が最大となる x 方向 (堤防を横切る方向) の浸透流が卓越する。これにより基盤透水層内のピエゾ水頭 h_L が高まり、堤防裏法先付近の土の重量を越えると噴砂が生じ、堤防と基盤層の間の部分で微小な空隙が拡大・進行することでパイプが形成されることを想定する。パイプは噴砂孔から川表側に向かって1本のみ形成されるものとし、堤体は不透水性土として解析対象としない。パイプ断面形状は半径 r_p の半円形と仮定し、以下に示す方程式群を用いて、水と土砂の運動に伴って変化するパイプ下端高 ($z_{GL}-r_p$) の時空間分布を解析する。

2.1 基盤透水層の流れと圧力

基盤透水層内の流れは Darcy 則に従うとし、 y 方向 (堤防長手方向) の流れは無視できるとして、Richards の式を透水層断面で積分すると、以下の式が得られる。

$$A_L S_s \frac{\partial h_L}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-k_{Lx} A_L \frac{\partial h_L}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-k_{Lz} A_z \frac{\partial h_L}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

ここに、 A_L , A_z は透水層の x , z 方向の通水断面積、 S_s は比貯留係数、 h_L は全水頭、 k_{Lx} , k_{Lz} は x , z 方向の透水係数である。この式より透水層内のピエゾ水頭 h_L を求める。

透水層が図-1 のように互層構造を成している場合は、砂層(s)、礫層(g)のそれぞれに対して式(1)を考える。異なる基盤層間、またはパイプと基盤層間での鉛直方向の水のやり取りは、左辺第三項において考慮される。

2.2 噴砂孔発生条件と噴砂孔の水面高、空隙率

土の重量と鉛直方向の水の圧力との釣り合い条件から導かれるクイックサンドの限界動水勾配 i_c 及び噴砂孔部分の鉛直方向の動水勾配 i_z は、以下のように表される。

$$i_c = \frac{G_s - 1}{1 + e}, \quad i_z = \frac{h_L - h_0}{d_0 + \Delta z} \quad (2)$$

ここに、 G_s は土粒子の比重、 e は空隙比、 h_0 は噴砂孔出口での全水頭、 d_0 は被覆土層厚、 Δz はクイックサンドとなる部分の鉛直長さである。なお、下付き 0 は噴砂孔箇所であることを示している。

本検討では、堤体裏法先部分において、 i_z が i_c と一致した瞬間からクイックサンド状態となり、噴砂が生じると考える。よって、式(2)から Δz を以下のように表し、これを噴砂孔箇所のパイプ直径 r_{p0} とし、 $z_{GL}-r_{p0}$ を噴砂孔箇所の

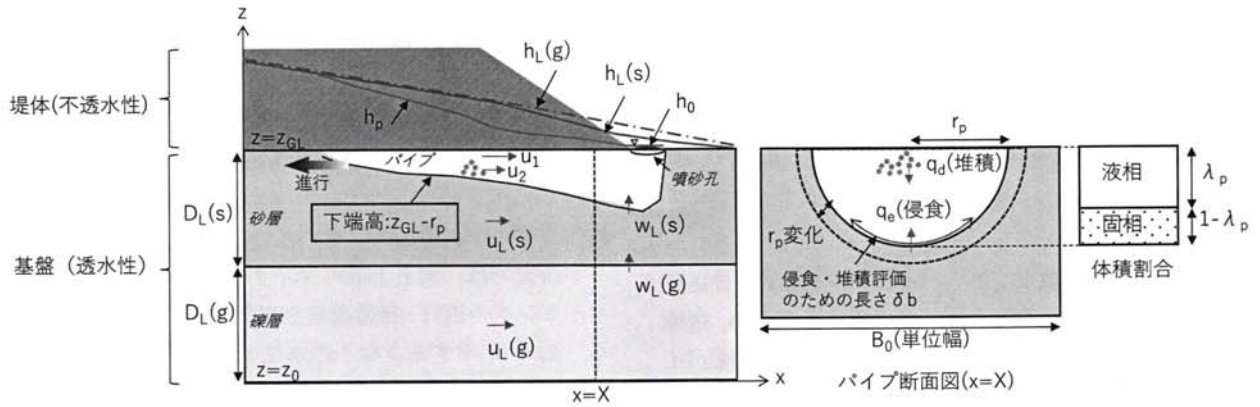


図-1 本解析モデルのイメージ図

パイプ下端高として定義する。

$$r_{p0} = \Delta z = \frac{(1+e)(h_L - h_0)}{G_s - 1} - d_0 \quad (3)$$

r_{p0} の初期値には微小値を与え、式(2)により算出される Δz が粒径 d_r の n 倍(ここでは $n=5$ と仮定)より大きくなると噴砂が生じ、噴砂孔箇所のパイプ下端高が下がるとした。

噴砂孔部分では、圧力及び空隙率に関する境界条件が必要となる。クイックサンド状態になると、水と土砂が噴砂孔から排出され、ある段階から噴砂孔の目詰まりが生じ、再びクイックサンド前の状態に戻る。外水位が作用し続ける限りこれが繰り返され、液状化した噴砂孔の境界面は上下に揺動すると推察される。この一連の現象を表現することが本質的に重要であるが、本検討では一旦噴砂が生じるとクイックサンド状態が維持されると仮定し、水面 h_0 の揺動を振幅 A 、周期 T の正弦波で表現する。

$$h_0(t) = z_{GL} + A + A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad (4)$$

ここに、 z_{GL} は地表面の高さである。噴砂孔の空隙率は、式(2)の i_z と i_c が一致する状態が維持されると仮定し、以下のように与えるものとした。

$$e_0 = \frac{G_s - 1}{i_z} - 1, \quad \lambda_0 = \frac{e_0}{1 + e_0} \quad (5)$$

2.3 パイプ断面の変化

噴砂孔部分のパイプ下端高が決まることにより、その箇所では噴砂孔部分に向かう斜面が形成されることになる。パイプ下端面の粒子は、斜面沿いを移動するとともに、パイプ内と基盤透水層との圧力差に起因して斜面の垂直方向に移動することで、パイプ下端面が侵食を受けると考えられる。本検討では、パイプ下端面を x 方向に移動する土砂量の変化と、斜面から垂直な方向への粒子運動による侵食と、パイプ内の土砂の堆積を考慮した以下の連続式より、パイプ断面積 A_p の変化を算定し、パイプ半径 r_p を求める。

$$\frac{\partial A_p}{\partial t} + \frac{\partial Q_s}{\partial x} = q_e - q_d, \quad r_p = \sqrt{\frac{2A_p}{\pi}} \quad (6)$$

Q_s はパイプ底面を移動する土砂量、 q_e 、 q_d は侵食及び堆積量フラックスである。ここでは、パイプ下端に存在する粒子の斜面方向及び垂直方向の運動を考え(図-2)、動水勾配の増大により粒子が動き出す時の斜面とそれに垂直な方向の速度 v_s 、 v_n を式(7)、(8)より求め、 Q_s 、 q_e を算定した。

$$\rho_2 \frac{dv_s}{dt} = -\rho_1 g I_z \sin \theta + \rho_1 g I_x \cos \theta \quad (7)$$

$$+ \rho_2 g \sin \theta - (\rho_2 - \rho_1) g \tan \phi \cos \theta$$

$$Q_s = v_s (1 - \lambda_L) \delta b \cdot n d_r$$

$$\rho_2 \frac{dv_n}{dt} = \rho_1 g I_z \cos \theta + \rho_1 g I_x \sin \theta - \rho_2 g \cos \theta \quad (8)$$

$$q_e = v_n (1 - \lambda_L) \delta b$$

ここに、 ρ_1 、 ρ_2 は水及び土砂の密度、 g は重力加速度、 I_x 、 I_z は水平・鉛直方向の動水勾配、 θ はパイプ下端高の x 方向の傾斜角、 ϕ は砂の内部摩擦角、 λ_L は基盤層の空隙率、 δb は半円形パイプにおける浮上・沈降量評価のための代表長さで、ここでは $0.7\pi r_p$ と仮定した。式(6)の q_d は堆積量フラックスで、Rubey の沈降速度式を用いて算定した。

$$\frac{v_d}{\sqrt{sgd_r}} = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd_r^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd_r^3}}, \quad q_{2,out} = v_d (1 - \lambda_L) \delta b \quad (9)$$

ここに、 v_d は沈降速度、 s は土粒子の水中比重、 v は水の動粘性係数、 d_r は粒径である。

2.4 パイプ内の水と土砂の運動

噴砂発生後のパイプ内における水と土砂の運動を二相流モデルによって表現する。パイプ内の水(液相)の連続式と運動方程式を式(10)、(11)、パイプ内の土砂(固相)の連続式と運動方程式を式(12)、(13)で示す。

$$\frac{\partial \rho_1 \lambda_p A_p}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \lambda_p A_p u_1}{\partial x} = \rho_1 (q_{1,in} - q_{1,out}) \quad (10)$$

$$\lambda_p \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) = -\lambda_p g \frac{\partial h_p}{\partial x} - \frac{\tau_1}{\rho_1 R_p} - \frac{F}{\rho_1} \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho_2 (1 - \lambda_p) A_p}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 (1 - \lambda_p) A_p u_2}{\partial x} = \rho_2 (q_e - q_d) \quad (12)$$

$$(1 - \lambda_p) \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) = -(1 - \lambda_p) \frac{\rho_1}{\rho_2} g \frac{\partial h_p}{\partial x} - \frac{\tau_2}{\rho_2 R_p} + \frac{F}{\rho_2} \quad (13)$$

ここに、 λ_p はパイプの空隙率、 $q_{1,in}$ 、 $q_{1,out}$ は鉛直方向の流入出力フラックス、 R_p はパイプの径深で、半径 r_p を用いると $R_p = \pi(2\pi+4)r_p$ で表される。 h_p はパイプ内のピエゾ水頭、 τ はせん断応力、 F は相互作用力、添え字 1、2 はそれぞれ液相、固相を表している。式(10)の右辺は基盤層とパイプ、パイプと地表面との水のやり取りで、鉛直方向の圧力差、透水係数を考えた Darcy 則より評価する。

τ は液相とパイプ壁面間のせん断力で、Darcy-Weisbach の式を用いて以下のように表す。

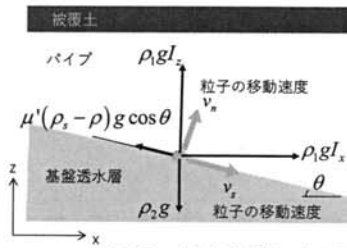


図-2 侵食計算における粒子運動のイメージ図

$$\tau_1 = \rho_1 \lambda_p g R_p \left(\frac{f' u_1^2}{R_p 2g} \right) \quad (14)$$

f' はパイプ壁面の摩擦抵抗係数で、層流から乱流に移る場合に対応できるように、層流の場合には $64/Re$ 、乱流の場合には $f=f_0$ の一定値で表すようにした。

τ_2 は固相のせん断応力で、塑性流体としてのせん断抵抗特性を表現するため、動き出す前のせん断抵抗力は、パイプ内の土砂の重量と静止摩擦係数（ここでは $\tan \phi$ 、 ϕ : 内部摩擦角）の積により表現し、動き出した後は速度ひずみに比例するとし、以下のように表すものとした。

$$\begin{cases} u_2 = 0: & \tau_2 = \rho_2 (1 - \lambda_p) g R_p \tan \phi \\ u_2 \neq 0: & \tau_2 = (1 - \lambda_p) \mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial r} \end{cases} \quad (15)$$

ここに、 μ_2 は固相の粘性係数で、Boyer, et al.⁶⁾が提示した水と粒子群が混ざり合った場でのせん断特性に関する実験式を用いて、土砂濃度の関数として与えるものとした。

$$\mu_2(c) = \left[1 + \frac{5}{2} c \left(1 - \frac{c}{c_m} \right)^{-1} + \mu^*(c) \left(\frac{c}{c_m - c} \right)^2 \right] \mu \quad (16)$$

$$\mu^*(c) = \mu_a + (\mu_b - \mu_a) \left[1 + I_0 c^2 (c_m - c)^{-2} \right]$$

c はパイプ内の土砂濃度で、 $1 - \lambda_p$ である。 c_m は最大濃度で0.6とした。 μ は水の粘性係数である。 μ_a や μ_b 、 I_0 は実験から同定されたパラメータであるが、値を変化させても μ_2 と c の関係に大きな違いが生じないことが確認できたことから、本検討ではBoyer, et al.が提示している値($\mu_a=0.32$ 、 $\mu_b=0.7$ 、 $I_0=0.005$)を準用するものとした。

液相と固相の相互作用力 F は、多孔質体を流れる水の抵抗則から定義する。壁面せん断力は F に比べて十分小さいとして無視し、圧力勾配と F が釣り合った平衡状態を考える。Darcy-Weibach式により圧力勾配を速度水頭に比例した形で表し、見かけの速度が $\lambda_p(u_1 - u_2)$ に対応する⁵⁾と考えると、以下の式形が得られる。

$$\frac{F}{\rho_1} = \lambda_p g \left(-\frac{\partial h_p}{\partial x} \right) \approx \lambda_p g \left\{ \frac{f_p \lambda_p^2 (u_1 - u_2) |u_1 - u_2|}{\lambda_p R_p 2g} \right\} \quad (17)$$

ここで、多孔質体の空隙にHagen-Poiseuille流れを適用することで得られるKozenyの浸透流速式を参考に、空隙率 λ_p 、粒径 d_r を用いて $R_p = d_r / (6 \cdot \lambda_p / (1 - \lambda_p))$ で表すと、相互作用力を以下の式形で表すことができる。

$$\frac{F}{\rho_1} = \frac{3(1 - \lambda_p)}{d_r \lambda_p} f_p \lambda_p^2 (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \quad (18)$$

なお、流れが層流の場合には、摩擦係数 f_p が Re 数に反比例するとして $f_p = \alpha / Re$ で表し、 $\lambda_p(u_1 - u_2)$ を見かけの流速 u_a を用いて表して式(17)を整理すると、以下の式が得られる。

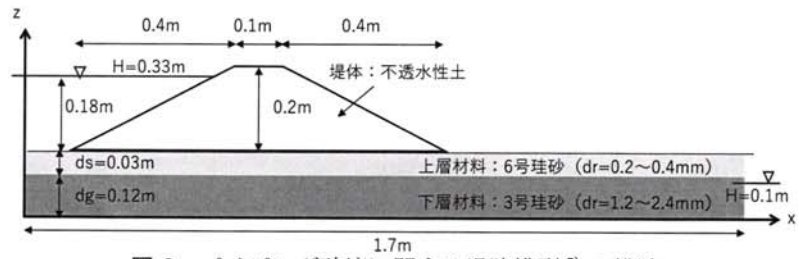


図-3 パイピング破壊に関する堤防模型⁷⁾の構造

$$-\lambda_p g \frac{\partial h_p}{\partial x} = \frac{3}{d_r \lambda_p} (1 - \lambda_p) \frac{\alpha}{Re} u_a |u_a| \quad (19)$$

$$\therefore u_a = C \frac{\rho g d_r^2}{\mu} \frac{\lambda_p^3}{(1 - \lambda_p)^2} \left(-\frac{\partial h_p}{\partial x} \right)$$

$$\text{ここに、} Re = \frac{|u_a| R_p}{\mu / \rho_1}, \quad R_p = \frac{d_r}{6(1 - \lambda_p)}$$

係数 C は、 λ_p を0.4とした時に、右辺の動水勾配以外の部分が基盤層の透水係数 k_L と一致するように定義する。

2.5 計算手順

上記の方程式群を以下の手順で解くことで、噴砂孔発生後に形成されるパイプ下端高の時空間分布を解析した。

- ①まず、式(1)から基盤透水層のピエゾ水頭 h_L を求める。
- ②次に、式(2)より噴砂発生の有無を判定し、噴砂孔部分におけるパイプ下端高 r_{p0} を式(3)より求める。
- ③これより、噴砂孔部分に向かってパイプ下端面が低くなり、斜面が形成されることを考慮し、式(6)よりパイプ断面 A_p の変化を解き、パイプ半径 r_p を求める。
- ④パイプ部分において、式(10)の水の連続式を満たすように、式(11)の水の運動方程式を解き、水の水頭 h_p とピエゾ水頭 h_p を算出する。
- ⑤求められたピエゾ水頭 h_p を用いて、式(13)を解くことで土砂の速度 u_2 を求める。
- ⑥式(12)よりパイプ内の空隙率 λ_p を求め、①に戻る。

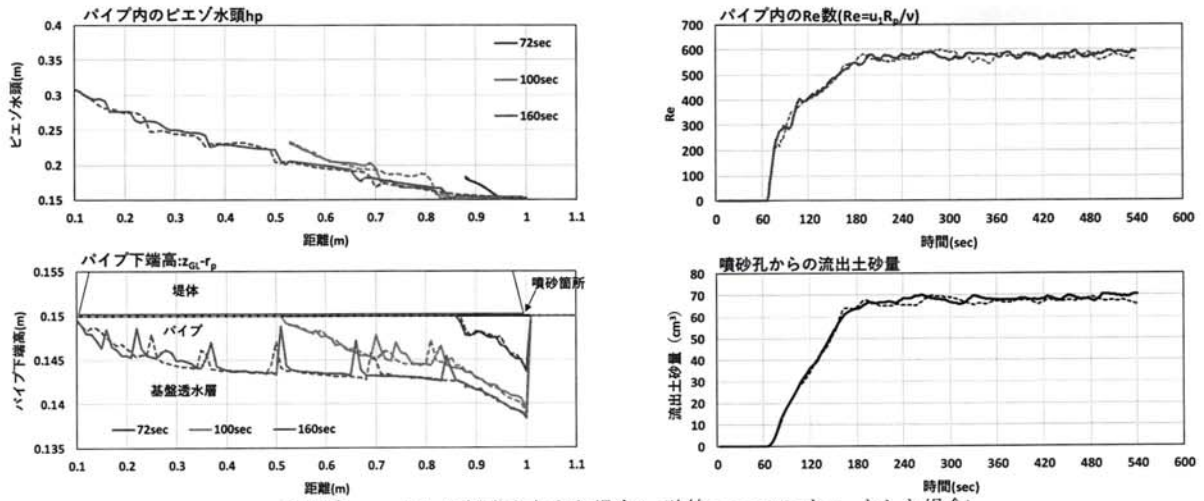
3. パイピング模型実験への適用

3.1 模型実験の概要

名城大学地盤工学研究室では、様々な地盤条件における堤体変状のメカニズム解明のため、基礎地盤の材料・層厚など変化させた二次元浸透模型実験が行われている⁷⁾。ここでは、粘性土の堤体直下の基盤層のパイピング発生・発達の観察を目的とした実験 case3 を対象とし、構築した解析モデルの適用性を検討する。以下に模型実験の概要を示す。粘性土で作られた高さ0.2mの堤体が、長さ1.7m、厚さ0.15m、幅0.16mの透水性基盤層上に設置された(図-3)。外水位作用位置から堤体裏法先までの距離は1mで、作用させた水頭差は最大0.23mである。透水性基盤は、下層が礫(3号珪砂)、上層が砂(6号珪砂)の互層構造である。実験開始から28秒で噴砂が発生し、11分12秒で水みちが形成、41分で裏法面に亀裂が生じた。

3.2 計算条件

計算メッシュサイズは水平方向に0.01m、刻み時間 dt は0.005秒とした。初期条件は、模型実験と同様、0.1mの高



※実線：case1(h_0 に揺動を与えた場合), 破線：case2(h_0 を z_{GL} とした場合)
 図-4 パイプのピエゾ水頭とパイプ下端高, パイプ内の Re 数と噴砂孔からの流出土砂量の時間変化

さまで水を満たし静水状態とし, この状態から上流端($x=0$)で一気に水位を 0.33m まで上昇させ, 下流端($x=1m$)では初期の圧力水頭を保つようにした. 基盤の透水係数は, 砂層で 0.002m/s, 礫層で 0.007m/s とし, 基盤層及び初期のパイプ空隙率を 0.4 とした. また, 粒径 d_r を 0.2mm, 内部摩擦角 ϕ を 35 度, 摩擦係数 f_0' を 0.05, 相互作用力の係数 f_p を 0.01, 初期のパイプ半径 r_p を 0.1mm とした. 本検討では噴砂孔部分の境界条件の与え方によるパイプ発達の違いを調べるため, 噴砂孔部分の水面高 h_0 の振幅 A を 0.005m, 周期 T を 1 秒とした場合(case1)と, 水面高を z_{GL} で一定とした場合(case2)について検討を行った.

3.3 計算結果

図-3 に, パイプ内のピエゾ水頭及びパイプ下端高の時間変化, パイプの Re 数($=u_i R_p / \nu$)と流出土砂量の解析値を示す. パイプ下端高は噴砂発生以降, 徐々に下がっていき, 川表側に向かってパイプ下端高が高くなる. このとき, パイプ下端に一時的に土砂が堆積する箇所において局所的に動水勾配が大きくなり, 土砂を排出させるとともに, 段波状になって圧力が川表側に向かって伝わっていくことが確認できる. このことは, パイプ内の圧力変化が段波となって伝わることによって, 土砂が水平方向に連行される過程を, 本解析モデルが表現できることを示している.

ただし, 噴砂の発生は模型実験で 28 秒であったのに対し, 本計算では 78 秒とやや遅かった. また, パイピングの進行は, 実験では 11 分 12 秒頃に確認されたが, 本計算では 2 分 40 秒頃からと大幅に早いタイミングで発生した. 実験では, 噴砂孔からの土砂の排出と目詰まりが繰り返し生じることで, パイプ内の水と土砂の移動が間欠的に起き, 徐々にパイプが拡大・進行したと考えられる. これに対して, 本計算では噴砂発生以降は, 噴砂孔の目詰まりを考慮せず, 排出させ続けるように計算したことで, パイプ径とパイプの進行速度が過大に評価されたものと推察される.

ここで, 噴砂孔の水面に揺動を与えた case1 と, 一定水位とした case2 を比較する. case1, case2 とともに, パイプ内の Re 数はパイプの形成とともにすぐに 1 を超え, 乱流状態で流れる. パイプ下端高について見ると, case1 の方

が, 土砂堆積箇所がやや多く現れ, この影響がパイプ内のピエゾ水頭に現れている. この結果, 土砂の流れ方に若干の差が生じ, 噴砂孔からの流出土砂排出量は case2 に比べてやや小さめに算定される傾向が確認された.

4. 結論と課題

鉛直準二次元二相流解析モデルを構築し, パイピング実験データを用いて検証した. この結果, 本解析モデルにより, パイプ内の圧力変化が段波となって伝搬し, 土砂が連行される状況が解析できることが確認できた.

今後は, パイピング進行速度に大きな影響を及ぼす噴砂孔部分の境界条件の与え方と, パイプ断面変化の考え方について, より高い物理性を考慮することが課題である. このためには, パイピング模型実験により, 噴砂孔が液状化した場合のパイプ内の圧力, 空隙率, パイプ形状の変化機構を明らかにしていく必要がある.

参考文献

- 財団法人国土技術研究センター：河川堤防の構造検討の手引き(改訂版), 2012.
- Usama El Shamy and Firat Aydin: Multiscale Modeling of Flood-Induced Piping in River Levees, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering/ Volume 134 Issue 9, 2008.
- Da-yu Wang, Xu-dong Fu, Yu-xin Jie, Wei-jie Dong and Die Hue: Simulation of pipe progression in a levee foundation with coupled seepage and pipe flow domains, Soils and Foundations, 54(5), pp974-984, 2014.
- 齊藤 啓, 前田健一, 今瀬達也, 伊藤 嘉: 豪雨と高水位の継続作用を受けた河川堤防の安定性とその対策, 第1回地盤工学から見た河川堤防技術シンポジウム委員会報告・講演概要集, pp.41-44, 2013.
- 藤澤和謙, 村上 章: 鉛直上向きに生じる浸透破壊後の浸透流速と土粒子速度の予測理論, 地盤工学ジャーナルVol.9, No.4, pp511-520, 2014.
- Franc,ois Boyer, Elisabeth Guazzelli, and Olivier Pouliquen : Unifying Suspension and Granular Rheology, PHYSICAL REVIEW LETTERS, 188301, 2011.
- 小高猛司, 崔 瑛, 林 愛実, 森 三史郎, 李 圭太: 基礎地盤の複層構造が河川堤防の浸透破壊に及ぼす影響, 第52回地盤工学研究発表会, 2017.