水工学論文集,第56巻,2012年2月

浅水流の仮定を用いない水深積分モデルによる底面流速の解析法

BOTTOM VELOCITY COMPUTATION METHOD BY DEPTH INTEGRATED MODEL WITHOUT SHALLOW WATER ASSUMPTION

内田龍彦[1]・福岡捷二[2]
Tatsuhiko UCHIDA and Shoji FUKUOKA

[1]正会員　博(工)　中央大学研究開発機構准教授（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）
[2]フェロー　工博 Ph.D. 中央大学理工学部特任教授，研究開発機構教授　（同上）

Local scours around river structures during flood are affected not only by local 3D flow around structures but also by the larger scale phenomena of flood flow and bed variations. To compute local scouring around structure with computing large scale phenomena, we have developed the bottom velocity computation method, in which depth-averaged horizontal vorticity and water surface velocity equations are computed with shallow water equations to evaluate vertical velocity distribution. However, the assumption of shallow water conditions confines the applicability to relatively large scale phenomena.

This paper presents applicable range and limit of 2D, 3D and quasi-3D numerical model by shallowness, which is defined as the ratio of representative water depth to representative horizontal scale. Then, we develop the general bottom velocity computation method without the shallow water assumption and apply to flow field around a cylinder on flat rough bed.

Key Words : *general bottom velocity computation method, shallow water assumption, horizontal vorticity, vertical velocity, applicability range and limitation, shallowness, horizontal scale*

１．序論

局所洗掘は，堰・床止工，橋脚，堤防などの重要な河川構造物の主要な被災原因となるため，その対策は河道設計において重要な課題である．特に構造物前面が水衝部となる個所では，横断方向の渦の伸張と下降流によって局所洗掘が生じ，構造物の弱点個所となることから，古くから多くの研究がなされてきた[1)]．近年，非静水圧三次元流解析によって，構造物前面の局所洗掘現象が説明できるようになってきた[例えば, 2),3)]．しかし，洪水時の局所洗掘現象は局所的な三次元流だけでなく，砂州形状とその挙動，河道法線形，流量ハイドログラフ等の時空間的に大きなスケールの現象の影響を受ける．長田ら[4)]は，水衝部に護岸工を設置すると，抵抗の小さい護岸際に流れが集中する結果，護岸沿いの流路が下流方向に延びることを示した．この結果，護岸下流部にあらたな洗掘個所ができること，下流砂州を浸食し，比高差が大きくなること，流路曲率が大きくなり，河岸もしくは堤防近傍の洗掘力が大きくなる等の問題点を明らかにした．このように，局所洗掘対策は単に局所的かつ一面的な対策では不十分であり，河道全体の流れと河床変動特性を踏まえて合理的に行う必要がある[5)]．現在のところ，非静水圧三次元流解析は，主として水理実験室における小スケール現象の解析に限定されており，洪水時の流れや河床変動等の大スケール現象の解析への適用は困難である．このため，河川構造物周辺の流れと河床洗掘解析では，洪水流や砂州の移動等の大きなスケールに伴う変動現象と河川構造物周辺の局所流や局所洗掘等の小さなスケールの現象の両方をどのように適切に考慮するかが課題となっている．

このための一つの方法は，広域の解析に適した平面二次元解析の枠組みの中で，流れの三次元性を考慮した河床変動解析法である[例えば, 6),7)]．近年では，内田ら[8),9)]は渦度方程式を用いた底面流速解析法を開発し，橋脚，水没水制周辺の複雑な底面流速場と局所洗掘を平面二次元解析の枠組みの中で説明できることを示した．しかし，底面流速を評価する際に，浅水流の仮定（流れの水平スケールに対して水深スケールが小さい）が用いられており，構造物近傍の洗掘解析においてはこの仮定を満足するとは限らないこと，非静水圧成分に起因する流れの抵抗変化は直接考慮できず，抗力係数等のパラメータの検討を通して評価する必要があること等が課題として残されていた．

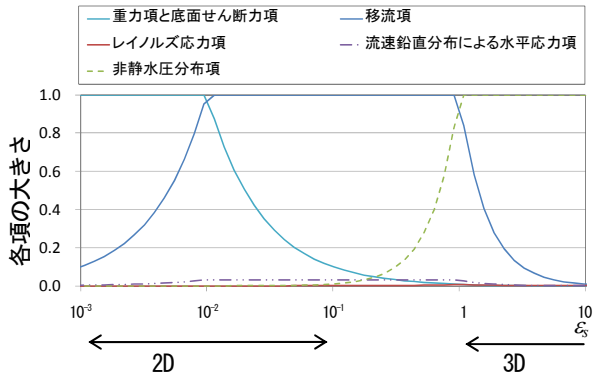


図-1 水深平均流速場に与える各項のオーダー比較

本研究は二つの目的を持っている．第一は，対象とする流れの状況に応じた適切な水深平均流速場と底面流速場の解析法を明らかにするため，平面二次元解析法，三次元解析法，及びこれら2つの解析法の繋ぐ役割を持つ底面流速解析法を含めた準三次元解析法の適用範囲を現象のスケールと水深スケールの比を用いて評価する．第二は，浅水流速場の仮定を用いない新たな底面流速解析法を開発し，橋脚周辺の流れ[3]に対して適用し，検証する．なお，本論文では浅水流の仮定を用いない底面流速解析法を一般底面流速解析法と定義し，従来の浅水流の仮定を用いた底面流速解析法と区別する．

2．対象とするスケールに対する流れの解析法の適用範囲と適用限界の検討

渦度方程式を用いた底面流速解析法[8),9),10)]は，流れの水平スケールL_0に比べて，代表的な鉛直スケールである水深h_0が小さい浅い流れ$\varepsilon_s=h_0/L_0<<1$を仮定して，展開されている．また，多くの水深積分解析法に用いられる静水圧分布の仮定も浅い流れの仮定のひとつである．しかし，局所洗掘等の局所的な流れにおいては，水平スケールと鉛直スケールのオーダーが一致し，浅い流れの仮定が適切でない場合がある．このため，流れと河床変動の有効な解析法を検討するため，どのような条件において，どの項が支配的となるのかを基礎方程式の各項のオーダーを比較する．

(1) 水深平均流速場の解析法

流れの解析法を検討するために，水深平均流速場の方程式を検討する．レイノルズ方程式を静水圧分布の仮定をせずに水深積分すれば式(1)が得られる．

$$\rho\left(\frac{\partial U_i h}{\partial t}+\frac{\partial U_i U_j h}{\partial x_j}\right)=-\rho g h\frac{\partial z_b}{\partial x_i}-\tau_{bi}$$
$$-\left(\frac{\partial \rho g h^2/2}{\partial x_i}+\frac{\partial h dp_0}{\partial x_i}+dp_b\frac{\partial z_b}{\partial x_i}\right)+\frac{\partial h\tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{1}$$

ここに，U_i：水深平均i方向流速，h：水深，z_b：河床高，τ_{bi}：底面せん断応力のi方向成分，dp_0：静水圧分布からの偏差成分dpの水深平均値，dp_b：底面のdp，τ_{ij}：水平せん断応力であり，レイノルズ応力と流速鉛直分布による運動量交換である．式(1)を無次元化するため，代表的な水平方向流速U_0，鉛直方向流速$W_0=U_0\varepsilon_s$，水平スケールL_0，鉛直スケール(水深)h_0を用いて，式(2)で物理量を無次元化する．本論文では上付きの*はその物理量が無次元化されたものを示す．

$$U_i=(U_i)^*U_0,\quad h=(h)^*h_0,\quad x_i=(x_i)^*L_0$$
$$\tau_{0i}/\rho=(\tau_{0i})^*U_0{}^2\varepsilon_*{}^2,\quad dp=(dp)^*U_0{}^2\varepsilon_s{}^2 \tag{2}$$
$$\nu_t S_{ij}=\varepsilon_0{}^{1.2}U_0{}^2\varepsilon_*\varepsilon_s(\nu_t)^*(S_{ij})^*$$
$$\overline{u_i'u_j'}=\varepsilon_0{}^{-0.5}\varepsilon_*{}^2U_0{}^2(\overline{u_i'u_j'})^*$$

ここに，$\varepsilon_*=u_{*0}/U_0$ (u_{*0}：底面摩擦速度)，$\varepsilon_0=0.1$であり，水平応力τ_{ij}については，レイノルズ応力はゼロ方程式モデル，流速鉛直分布については二次曲線[10)]で表現している．式(2)を式(1)に代入し，重力項，底面せん断力項を基準とし，非定常項，各項の符号，成分を無視して整理すると，式(3)が得られる．

$$F_z+\left(\frac{\tau_0}{h}\right)^*+\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_*{}^2}\left(F_c+\frac{1}{Fr^2}F_h\right)+\frac{\varepsilon_s{}^3}{\varepsilon_*{}^2}F_{dp}$$
$$+Fr^2\varepsilon_s{}^2\left(\frac{dp_b}{h}\right)^*+\frac{\varepsilon_0{}^{1.2}\varepsilon_s{}^2}{\varepsilon_*}F_t+\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_0{}^{0.5}}F_{c\Delta}=0 \tag{3}$$

ここに，F_z：重力項，F_c：慣性力項，F_h，F_{dp}：静水圧成分，偏差成分の圧力項，F_t：レイノルズ応力項，$F_{c\Delta}$：流速鉛直分布による運動量交換項，Fr：フルード数($Fr^2=U_0^2/gh_0$)である．

図-1は，代表例として，$\varepsilon_*=0.1$の場合において，流れのスケールに対する水深ε_sの変化に対して，式(3)の各項の大きさの変化を最も影響力の強い項を1として示したものである．水深がほとんどないような流れ($\varepsilon_s<10^{-3}$)では，重力項と底面せん断力項が支配的であり，移流項は無視できる．これは，流出解析や広域の氾濫流解析において流速は局所勾配と水深を用いて等流近似してもよいことを示している．移流項の影響は，($10^{-3}<\varepsilon_s<0.1$)の範囲で大きい．流速鉛直分布による応力項は移流項と同じ傾向であるが，その大きさは小さい．非静水圧分布の項は，$0.1<\varepsilon_s$となると，ε_sの増加に伴い急激に大きくなる．また，本解析では，レイノルズ応力項のオーダーはかなり小さく見積もられた．これは，一つには渦粘性係数を摩擦速度と水深を用いたゼロ方程式モデルの形で与えたことが考えられ，ε_sが大きく，非静水圧分布の項が支配的となる範囲では流速鉛直分布による応力項と同様に大きくなると考えられる．なお，ε_*が大きくなると，これらの傾向が全体的にややグラフの右方向に移動するようである．以上のことを考慮し，**図-1**の下に二次元，三次元解析法の適用範囲を示している．解析法の左側の限界はその解

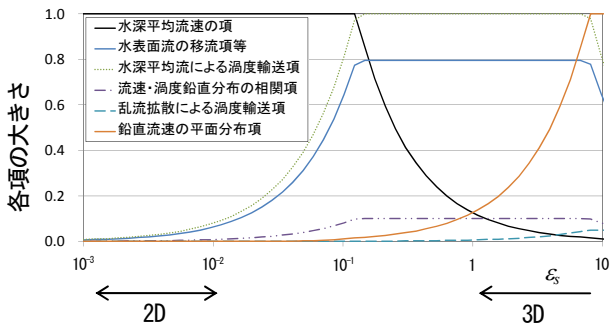


図-2 底面流速場に与える各項のオーダー比較

析法が必要ないこと右側の限界はその解析法では十分ではないことを示している．両者の適用範囲は接近しているが，$0.1<\varepsilon_s<1$の範囲では，三次元解析を行うには流れのスケールが大きく，非静水圧成分が無視できないため二次元解析が適用できない．このため，この範囲では浅い流れの仮定のない準三次元解析法が必要と考えられる．

(2) 底面流速場の解析法

底面近傍の流れは土砂輸送に大きな影響を与えるため，底面流速場の解析は，河床変動解析において重要な役割をもつ．水平方向渦度を河床から，水面まで積分することによって，底面流速は式(4)で表わされる．

$$u_{bi}=u_{si}-\varepsilon_{ij3}\Omega_j h-\left(\frac{\partial Wh}{\partial x_i}-w_s\frac{\partial z_s}{\partial x_i}+w_b\frac{\partial z_b}{\partial x_i}\right) \tag{4}$$

ここに，ε_{ij3}：エディトンのイプシロン，Ω_j：水深平均j方向渦度，W：水深平均鉛直方向流速，z_s：水位，w_s，w_b：水面，底面の鉛直方向流速である．式(4)を式(3)と同様に無次元化し，右辺の第3～5項をF_wとして纏めると式(5)が得られる．

$$(u_b)^*=(u_s)^*+\varepsilon_0^{-0.8}\varepsilon_*(\Omega h)^*+\varepsilon_s^{\,2}F_w \tag{5}$$

式(5)の右辺に含まれる水表面流速と水深平均渦度のパターンを表わす式を導く．

水表面流速の運動方程式は，水表面のごく薄い層δz_sの流体運動を考えることによって，式(6)で表わされる[8),9)]．

$$\frac{\partial u_{si}}{\partial t}+u_{sj}\frac{\partial u_{si}}{\partial x_j}=-g'\frac{\partial z_s}{\partial x_i}+P_{si} \tag{6}$$

ここに，u_{si}：i方向水表面流速，g'：水面における圧力の鉛直方向微分(水面曲率が無視できる場合は$g'=g$)である．P_{si}はδz_sの下面のせん断応力であり，流速鉛直分布を三次曲線で表した場合，式(7)で表わされる[8),9)]．

$$P_{si}=\frac{2\nu_t}{h^2}\left\{12C_{ps}(u_{sei}-u_{si})-(3\delta u_i-6\Delta u_i)\right\} \tag{7}$$

ここに，$u_{sei}=U_i+(\delta u_i-\Delta u_i)/2$，$\Delta u_i=u_{si}-U_i$，$\delta u_i=u_{si}-u_{bi}$，$C_{ps}$：安定化のための係数であり，本研究では$C_{ps}=1$を用いた(流速鉛直分布から導かれる式形をそのまま用いている)．式(6),式(7)を無次元化し，整理すると，

$$(u_s)^*=(u_{se})^*+\frac{\varepsilon_0^{\,0.2}\varepsilon_s}{\varepsilon_*}\left\{F_{sc}+F_{s\tau}+\frac{F_h}{Fr^2}(1+Fr^2\varepsilon_s^{\,2}F_{sr})\right\} \tag{8}$$

が得られる．ここに，F_{sc}：水表面流速の移流項，$F_{s\tau}$：非平衡状態の流速分布によって発生するせん断応力項，F_{sr}：水面の曲率項である．

一方，水深平均渦度方程式は，式(9)で表わされる[8)~10)]．

$$\frac{\partial\Omega_i h}{\partial t}=ER_{\sigma i}+P_{\omega i}+\frac{\partial hD_{\omega ij}}{\partial x_j} \tag{9}$$

ここに，

$$ER_{\sigma i}=u_{si}\omega_{s\sigma}-u_{bi}\omega_{b\sigma},\quad P_{\omega i}=C_{p\omega}\nu_{tb}(\omega_{bei}-\omega_{bi})/h$$

$$D_{\omega ij}=-U_j\Omega_i+U_i\Omega_j+\overline{\omega'_j u'_i}-\overline{\omega'_i u'_j}+\frac{\nu_t}{\sigma_\omega}\frac{\partial\Omega_i}{\partial x_j}$$

である．ここに，ν_{tb}：水深平均換算した底面渦動粘性係数である．$C_{p\omega}$はこれまで経験的に与えていた($C_{p\omega}=\kappa/\alpha\sim3\kappa/\alpha$)[8)~10)]が，本研究では壁法則から再導出した値$C_{p\omega}=\kappa/\alpha$を用いる．式(9)を無次元化し，整理すると式(10)が得られる．

$$(\Omega h)^*=(\Omega_e h)^*+\varepsilon_*^{-1}\varepsilon_0^{-0.1}\varepsilon_s\left(F_{\omega1}+\varepsilon_*\varepsilon_0^{-0.8}F_{\omega2}+\varepsilon_0^{\,1.2}\varepsilon_*\varepsilon_s F_{\omega3}\right) \tag{10}$$

ここに，$F_{\omega1}$，$F_{\omega2}$，$F_{\omega3}$：水深平均流，流速鉛直分布，乱流拡散による渦度輸送項である．

式(8),式(10)を式(5)に代入し，整理すると底面流速のパターンを決める式(11)が得られる．

$$(u_b)^*=(U)^*+\varepsilon_0^{\,0.2}\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_*}\left\{F_{sc}+F_{s\tau}+\frac{F_h}{Fr^2}\left(1+Fr^2\varepsilon_s^{\,2}F_{sr}\right)\right\}+\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_0^{\,0.9}}\left(F_{\omega1}+\varepsilon_*F_{\omega2}+\varepsilon_s\varepsilon_*\varepsilon_0^{\,1.2}F_{\omega3}\right)+\varepsilon_s^{\,2}F_w \tag{11}$$

図-2は$\varepsilon_*=0.1$の場合において，流れのスケールに対する水深の比ε_sの変化によって各項が底面流速場に与える影響を示したものである．**図-1**と同様に最大の影響力を持つ項を1としている．渦度の乱流拡散項等は，ε_sが大きくなっても他の主要な項よりかなり小さく，ほとんど影響しないことが分かる．$\varepsilon_s<0.01$のごく浅い流れにおいては，底面流速のパターンは水深平均流速のパターンで記述できることが分かる．$0.01<\varepsilon_s<0.1$の範囲では水表面流速や渦度の非平衡性の項が重要になってくるため，底面流速場は水深平均流速場だけでは決まらず，流速鉛直分布の影響を強く受けることが分かる．$0.1<\varepsilon_s<1$となると，鉛直流速の場所的変化項がε_sの増加に伴い急激に増加し，底面流速場に大きな影響力を持つことが分かる．$1<\varepsilon_s$のような流れ場では，ε_sの増加に伴い水深平均流速の影響力が小さくなっており，完全な三次元流れと言える．なお，ε_*が各項に与える影響は式(11)か

ら分かるように異なるが，通常の範囲$0.05<\varepsilon_s<0.15$において，各項の大きさの関係はあまり変化しない．以上のことを考慮し，**図-1**と同様に，**図-2**の下に，底面流速場の解析に対する二次元，三次元解析法の適用範囲を示している．両者の適用範囲は**図-1**と比べて離れており，準三次元解析法の役割が大きいことが分かる．浅水流の仮定を用いた準三次元解析法は$0.01<h_0/L_0<0.1$の範囲において有効であるが，$0.1<h_0/L_0<1$の範囲においては浅水流の仮定を用いない準三次元解析法が必要となる．

以上より，浅水流の仮定を用いない準三次元解析法は，水深平均流速場，底面流速場の両方において，平面二次元解析と三次元解析の適用範囲を繋ぐために必要である．

３．浅水流の仮定を用いない底面流速の解析法

(1) 鉛直方向流速の時間変化量の方程式とその解法

式(4)から浅水流の仮定を用いずに底面流速を計算するためには，右辺の括弧内の鉛直方向流速に関する項を計算する必要があるため，ここでは鉛直方向流速の水深積分値の数値解析法を検討する．

底面流速解析法[8)~10)]では多くの解析法と同様に未知量は時間前進で解かれる．新しい時間ステップn+1の変数は，式(12)を満足しなくてはならない．

$$\delta u_i^{n+1} = \varepsilon_{ij3}(\Omega_j h)^{n+1} + \frac{\partial (Wh)^{n+1}}{\partial x_i} - w_s^{n+1}\frac{\partial z_s^{n+1}}{\partial x_i} + w_b^{n+1}\frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial x_i} \tag{12}$$

鉛直方向流速の水深積分値に関して，nステップの値を用いて計算した水表面と底面の流速差の予測値を式(13)で定義する．

$$\delta u_i^{P} = \varepsilon_{ij3}(\Omega_j h)^{n+1} + \frac{\partial (Wh)^{n}}{\partial x_i} - w_s^{n+1}\frac{\partial z_s^{n+1}}{\partial x_i} + w_b^{n+1}\frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial x_i} \tag{13}$$

ここで，w_s，w_bは水面と底面の運動学的境界条件から求める．w_b^{n+1}を評価するためにはu_{bi}^{n+1}が必要である．u_{bi}^{n+1}を評価するためには，厳密にはδu_i^{n+1}が必要であるが，本研究では繰り返し計算に用いる式を簡略化するため，式(12)，式(13)のw_b^{n+1}はδu_i^{n}で評価することとした．式(12)から式(13)を引くと，鉛直方向流速の時間変化ϕに関する式(14)が得られる．

$$\varepsilon(\delta u_i) = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \tag{14}$$

ここに，$\varepsilon(\delta u_i)=\delta u_i^{n+1}-\delta u_i^{P}$，$\phi=(Wh)^{n+1}-(Wh)^{n}$である．式(14)の発散をとると，

$$\frac{\partial \varepsilon(\delta u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \phi}{\partial x_j \partial x_j} \tag{15}$$

δu_i^P（水表面と底面の流速差の予測値）の計算（式(13)）

↓

Wh^P（δu_i^Pを用いた流速鉛直分布の場合の鉛直方向流速の水深積分値）の計算（連続式）⇒ϕ^P

↓

ϕ（鉛直方向流速の時間積分値の時間変化量）の計算（式(20)）⇒Wh^{n+1}

図-3 鉛直方向流速の時間変化量の数値解析手順

となる．次に，修正される水面と底面の流速差$\varepsilon(\delta u_i)$によって修正される鉛直方向流速を考える．任意の無次元高さ$\eta(=(z_s-z)/h)$における鉛直方向流速は式(16)で与えられる．

$$w_\eta = w_{\sigma\eta} + u_{i\eta}\frac{\partial z_\eta}{\partial x_i}, \quad w_{\sigma\eta} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\int_{z_b}^{z_\eta} u_i dz\right) \tag{16}$$

一方，流速鉛直分布式は，

$$u_i = \Delta u_i\left(12\eta^3 - 12\eta^2 + 1\right) + \delta u_i\left(-4\eta^3 + 3\eta^2\right) + U_i \tag{17}$$

であるため，修正される流速鉛直分布は，

$$\varepsilon(u_i) = \varepsilon(\delta u_i)\left(-4\eta^3 + 3\eta^2\right) \tag{18}$$

となる．式(18)を式(16)に代入し，水深積分し，導出される係数をk_1(=1/20)と置くと，修正される鉛直方向流速の水深積分値の式(19)が得られる．

$$\varepsilon(Wh) = \frac{1}{k_1}\frac{\partial h^2 \varepsilon(\delta u_j)}{\partial x_j} \tag{19}$$

水表面と底面の流速差の予測値δu_i^Pを用いて計算される鉛直方向流速の積分値の予測値を$(Wh)^P$とし，式(15)を式(19)に代入して整理すると，鉛直方向流速の積分値の時間変化量に関する式(20)が得られる．

$$k_1\frac{\partial}{\partial x_j}\left(h^2\frac{\partial \phi}{\partial x_j}\right) + \phi^P - \phi = 0 \tag{20}$$

ここに，$\phi^P=(Wh)^P-(Wh)^n$である．**図-3**に鉛直方向流速の時間変化量の数値解析手順を示す．

三次元解析における圧力解法と本解析法を比較する．SMAC法では，連続式を満たすように運動方程式の圧力項を修正する式(圧力のポアソン方程式)が解かれるのに対し，本解析では，連続式を満たすように渦度の定義式の鉛直方向流速の空間変化項を修正する式（鉛直方向流速のポアソン方程式）が解かれる．このように，三次元解析法における圧力解法と底面流速解析法における鉛直方向流速解法は，導出の考え方，導出された方程式，数値解法等は類似している．

本解析法において，渦度は格子中央で定義され，有限体積法で解かれる．このため鉛直方向流速とδu_iの評価点

表-1 Roulund[3] らの粗面固定床実験条件

橋脚直径 D (m)	0.536
平均水深 h_0 (m)	0.54
水理幅 B (m)	4.0
フルード数Fr	0.14

が同じ格子中央で定義されるため，レギュラー格子の場合の圧力と同様に鉛直方向流速はチェッカーボード不安定性を有する．δu_iをスタッガード配置するためには，渦度方程式をスタッガード配置する必要があり，計算が複雑になることから，ここでは，コロケート格子の考え方を応用し，$(Wh)^p$の計算に用いる流速を格子境界で再定義して式(20)を解いている．

(2) 圧力の非静水圧分布成分に関する方程式とその解法

本解析では鉛直方向の運動方程式は圧力の非静水圧成分を解くために用いられる．鉛直方向運動方程式を水深積分すると，式(21)の底面圧力に関する方程式が得られる．

$$\frac{\partial hW}{\partial t}+\frac{\partial hWU_j}{\partial x_j}=\frac{dp_b}{\rho}+\frac{\partial h\tau_{zj}}{\partial x_j}-\tau_{bj}\frac{\partial z_b}{\partial x_j} \qquad (21)$$

本解析では，式(21)の非定常項とせん断応力に関する項を省略して解いている．圧力の非静水圧分布成分に関しては，底面圧力以外に，水深平均値が運動方程式(1)に，水面における鉛直方向微分値が水表面流速式(6)に現れる．これらは厳密に定めるには，それぞれ，鉛直方向運動方程式の二階積分，水表面における鉛直方向運動方程式を解くことが考えられる．本解析法では，計算負荷低減のため，圧力の非静水圧分布成分を以下の直線分布で近似し，これらの基礎式を省略する．

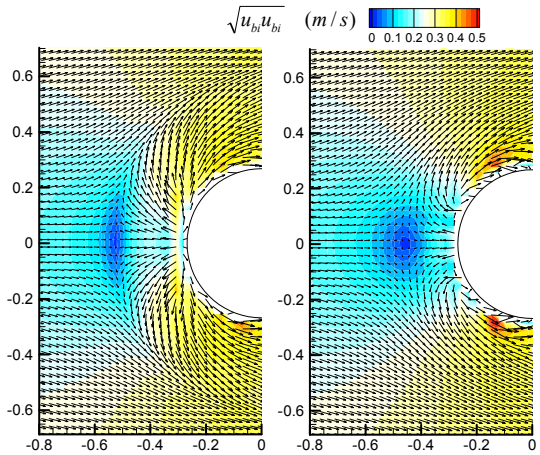
$$dp=\eta dp_b,\quad \eta=(z_s-z)/h \qquad (22)$$

なお，本解析では，圧力の非静水圧分布成分にレイノルズ応力の等方成分を含めている．

4．橋脚周辺の馬蹄形渦の解析結果と検証

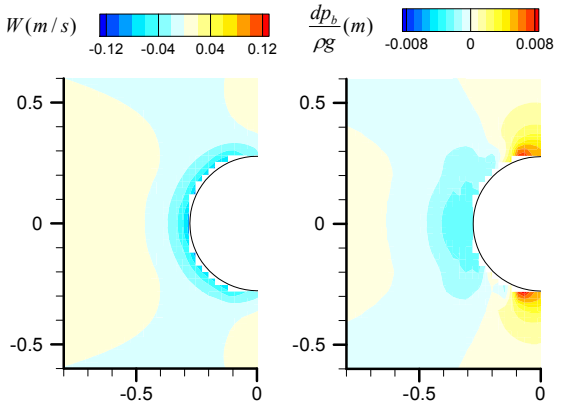
開発した一般底面流速解析法を橋脚周りの馬蹄形渦を有する流れに適用し，検証する．解析対象は，Roulundら[3]の粗面固定床実験(**表-1**)である．詳細は文献[3]を参照されたい．計算格子は，橋脚周辺においてD/40で分割し，橋脚から離れるにしたがって，徐々に大きくしている．上流端境界条件に流量，下流端境界条件に水深を与えた．

一般底面流速解析法の妥当性の検証に先立ち，浅い流れの仮定が計算結果に与える影響を考察する．**図-4**に浅水流の仮定を用いた場合の底面流速解析法と用いない一般底面流速解析法による橋脚前面の底面流速場の解析結果の比較を示す．**図-5**は一般底面流速解析法における水深平均鉛直方向流速と底面圧力の計算結果である．浅水



(a) 浅水流の仮定を用いた底面流速解析法　(b) 一般底面流速解析法

図-4 橋脚前面の馬蹄形渦の解析結果



(a) 水深平均鉛直方向流速　(b) 底面の圧力偏差

図-5 一般底面流速解析法における水深平均鉛直方向流速と底面の圧力偏差の解析結果

流の仮定を用いた底面流速解析法では，橋脚頂点からの放射状の底面流速場が前面の馬蹄形渦領域全域に広がっているが，一般底面流速解析法では放射状の流れは前面の一部に限られ，橋脚に沿う速い底面流速場が形成されている．Roulundらの三次元解析結果[3]も橋脚に沿う底面流速場を示している．これは**図-5**に示すように渦度の一部が鉛直方向流速の場所的変化に寄与したためであり，橋脚極近傍において，式(4)の右辺第3項以降を無視する浅い流れの仮定が成立しないことを示している．興味深いことに，このような浅い流れの仮定は，見かけの渦度を大きくし，前面の逆流を大きくする[8),9)]ことから，それ自体の影響は局所洗掘を大きくすると考えられていた[9)]が，**図-4**から，橋脚に沿う底面流速を比較すると一般底面流速解析法の方が大きくなっている．これは，鉛直方向流速の発生により渦度の分散項が小さくなり，橋脚極近傍に強い渦度が集中することと，橋脚前面の圧力が低下し，より運動量が輸送されること等が考えられる．このことから，単純に底面流速解析法における浅い流れの仮定が局所洗掘深を大きくするとは言えず，局所洗掘解析に与える影響についてはさらなる検討が必要である．

図-6に一般底面流速解析法における橋脚前面の流速分布の解析結果と実験結果の比較を示す．解析結果は，実

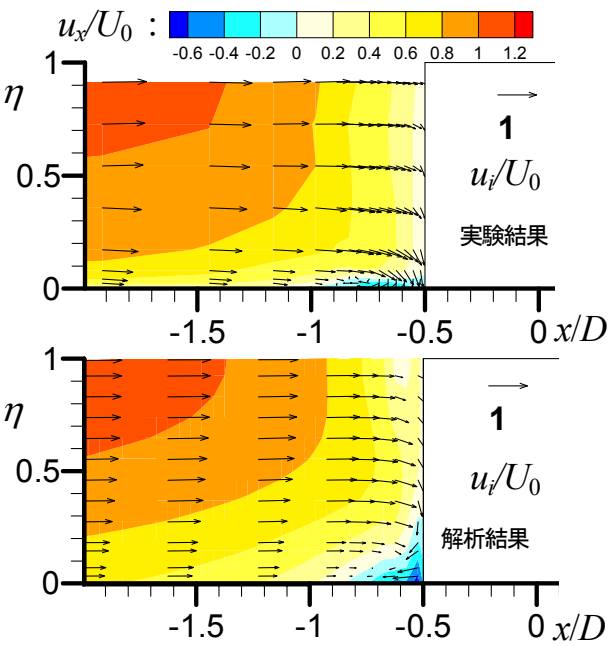


図-6 一般底面流速解析法における橋脚前面の流速分布の解析結果と実験結果の比較

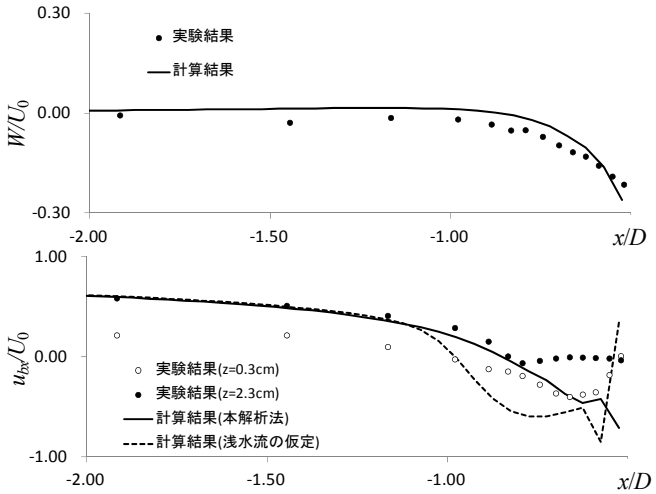


図-7 一般底面流速解法における鉛直方向流速と底面流速の解析結果と実験結果の比較

験結果に比べると，前面の逆流領域がやや鉛直方向に広がっているが，実験結果の流速分布の特徴を良く捉えていると言える．図-7に一般底面流速解析法における底面流速と鉛直方向流速の解析結果と実験結果の比較を示す．解析結果は水深平均鉛直方向流速の縦断分布を再現できている．底面流速の解析結果は，橋脚近傍で急変している．この原因は現在のところ明らかでないが，本解析ではその影響は壁面から格子ひとつもしくはふたつに限られているため，本論文ではこれ以上の検討はしない．底面流速解析法の底面流速の評価高は，その定義から等流状態においてη≒0.05であるため，実験値z=2.3cm（η≒0.04)と比較する．浅水流の仮定を用いた底面流速解析法による底面流速は，実験結果に比べて逆流の大きさと範囲が大きく計算されている．一般底面流速解析法による底面流速の解析結果は，橋脚極近傍以外実験結果を再現している．橋脚極近傍では解析結果では逆流が生じているが，実験結果(η≒0.04)では逆流が生じていない．図-7に示すようにこの個所では底面極近傍z=0.3cm(η≒0.006)では逆流が生じている．このため，底面流速解析法における河床から底面定義高までの薄い渦層において，流速の特性が大きく変化するような場合，底面流速解析法の底面の定義高は不明確となり，この場合の底面せん断応力評価法等についてはさらなる議論が必要である．

5．結論

本研究により得られた主要な結論を以下に示す．

1) 水深平均流速場と底面流速場の解析における二次元解析，三次元解析の適用範囲について，流れの水深スケールと水平スケールの比によって明らかにした．
2) 浅い流れの仮定を用いない底面流速解析法を開発するために，鉛直方向流速のポアソン方程式とその解析法を示した．
3) 浅い流れの仮定を用いない一般底面流速解析法を橋脚回りの流れ場の実験に適用し，本解析法の妥当性を示した．

参考文献

1) 福岡捷二：洪水の水理と河道の設計法，森北出版，2005.
2) Nagata, N., Hosoda, T., Nakato, T. and Muramoto, Y.: Three-dimensional numerical model for flow and bed deformation around river structures, *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol.131, No.12, pp.1074-1087, 2005.
3) Roulund, A., Sumer, B. M., Fredsøe, J. and Michelsen, J.: Numerical and experimental investigation of flow and scour around a circular pile, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.534, pp.351-401, 2005.
4) 長田健吾，安部友則，福岡捷二：急流河川における護岸際の水みちの固定化と深掘れの発達，河川技術論文集，第 13 巻，pp.321-326，2007.
5) 福岡捷二，土屋進，安部友則，西村達也：河床変動対策工の設計法に関する研究―信濃川古千谷・越路地区における現地対策工の設計法とその効果検証―，土木学会論文集，No.698/II-58，pp.21-31，2002.
6) 西本直史，清水康行，青木敬三：流線の曲率を考慮した蛇行水路の河床変動計算，土木学会論文集，No.456/II-21，pp.11-20，1992.
7) 福岡捷二，渡辺明英，西村達也：水制工の配置法の研究，土木学会論文集，No.443/II-18，pp.27-36，1992.
8) 内田龍彦，福岡捷二：水平方向渦度方程式を用いた底面流速の半直接解法と橋脚周りの局所洗掘解析，水工学論文集，第 54 巻，pp.841-846，2010.
9) 内田龍彦，福岡捷二：底面流速解法による連続する水没水制群を有する流れと河床変動の解析，土木学会論文集 B1 Vol. 67, No. 1，pp.16-29，2011.
10) 内田龍彦，福岡捷二：浅水流方程式と渦度方程式を連立した準三次元モデルの提案と開水路合流部への適用，水工学論文集，第 53 巻，pp.1081-1086，2009.

(2011. 9. 30受付)