土木学会論文集B1(水工学) Vol.73, No.4, I_667-I_672, 2017.

大きな水面変形を伴う構造物周辺の流れ解析（GBVC-FSV 法）－自由水面渦度の生成と供給機構の導入

竹村　吉晴[1]・福岡　捷二[2]・日下部　隆昭[3]

[1]正会員　博(工)　中央大学研究開発機構助教（〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27）
E-mail: takemura@tamacc.chuo-u.ac.jp

[2]フェロー　工博 Ph.D　中央大学研究開発機構教授（〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27）
E-mail: sfuku@tamacc.chuo-u.ac.jp

[3]正会員　国土交通省北陸地方整備局　信濃川河川事務所所長（〒940-0098 新潟県長岡市信濃 1-5-30）
E-mail: kusakabe-t26d@mlit.go.jp

一般底面流速解析法（GBVC 法）は，水深積分モデルの枠組みで圧力の非静水圧成分を含む三次元流れを計算可能である．しかし自由水面の力学的境界条件については十分検討されておらず，大きな水面変形を伴う構造物周辺の流れの計算に GBVC 法を適用するには課題が多い．本研究では，自由水面の力学的境界条件（接線応力ゼロ）に起因する水面での渦度の生成と流れへの供給機構を定式化し，GBVC 法を拡張した新しい解析法（GBVC-FSV 法）を提示した．GBVC-FSV 法と GBVC 法の比較から，鉛直二次元シル上の大きな水面変形を伴う流れを安定的に計算するためには，GBVC-FSV 法が有効であることを示した．

Key Words: *GBVC-FSV method, GBVC method, free surface boundary condition, vorticity generation, free surface vorticity, hydraulic structures*

1.　序論

河川・海岸分野で対象となる流れのほとんどは，水と空気の界面を持つ自由水面流れである．特に跳水や砕波など，大きな水面変形を伴う流れを安定かつ高い精度で計算するためには，自由水面の取り扱いが重要となる．内田・福岡により提案された GBVC 法[1]は，水深積分モデルの枠組みで，圧力の非静水圧成分を含む三次元流れを計算可能であり，河川構造物の設計などへの応用が期待される．しかし，自由水面の取り扱いについては十分には検討されておらず，構造物上を越流する水面変形の大きい流れに適用するには課題が多かった．GBVC 法では，三次元の運動方程式を解く代わりに，水深積分運動方程式と水深積分渦度方程式が解かれる．このため，水深積分渦度方程式に対する自由水面の力学的境界条件について考える必要がある．

自由水面の力学的境界条件（接線応力ゼロ）は，水面で曲率に比例した渦度を生成し[2]，水面下の三次元的な渦運動を計算する重要な条件となる．そのため，三次元乱流解析の分野では，複雑な水面形に対し自由水面の力学的境界条件を適切に与えるための手法[3]が提案されてきている．

本研究では，まず，自由水面における接線応力ゼロ条件に起因する渦度の生成と水面から流れへの渦度の供給機構を定式化する．これを踏まえ，**図-1** に概略を示す自由水面渦度の生成と流れへの供給機構を導入した GBVC 法（GBVC-FSV 法: General Bottom Velocity Computation method considering Free Surface Vorticity）を導く．さらに，

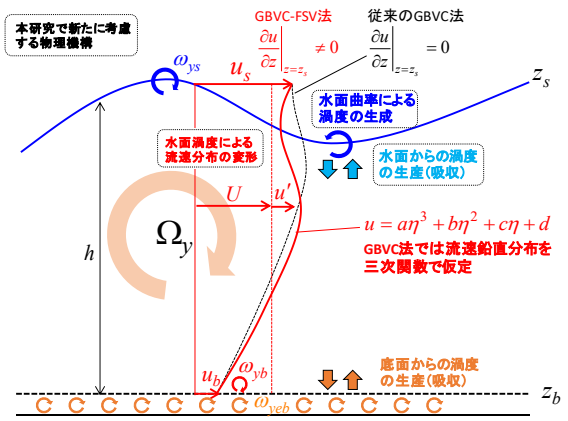


図-1 自由水面における渦度の生成と生産(吸収)を考慮した GBVC-FSV 法の概念図

鉛直シル上流れの実験に GBVC-FSV 法を適用し，GVBC 法との比較から，自由水面での渦度の生成と供給機構を考慮することが現象の説明に重要であることを示す．

2. 自由水面における力学的境界条件と渦度の生成・供給機構に関する考察

(1) 自由水面の力学的境界条件

図-2 に示すように，任意の平面座標位置 O において，水面に対する接線方向ξ,ηと法線方向ζからなる局所座標系を定義すれば，自由水面の力学的境界条件は

$$\tau_{\zeta\xi s}=0,\quad \tau_{\zeta\eta s}=0 \tag{1}$$

$$\delta p_s=\tau_{\zeta\zeta s}+\sigma\kappa \tag{2}$$

となる．ここで，τ：せん断応力，δp_s：水面での気相と液相の圧力差，σ：表面張力係数，κ：曲率である．添え字 s の付いた変数は水面 $z=z_s$ における値を表す．式(1)は水面での接線応力ゼロ条件であり，式(2)は気液界面のジャンプ条件[4]である．

(2) 曲率を持つ水面で生産される渦度

水面に対する接線方向ξ, ηの渦度は式(3)，式(4)と定義できる．

$$\omega_{\xi s}=-\left.\frac{\partial u_\eta}{\partial\zeta}\right|_{z=z_s}+\left.\frac{\partial u_\zeta}{\partial\eta}\right|_{z=z_s} \tag{3}$$

$$\omega_{\eta s}=\left.\frac{\partial u_\xi}{\partial\zeta}\right|_{z=z_s}-\left.\frac{\partial u_\zeta}{\partial\xi}\right|_{z=z_s} \tag{4}$$

ここで，$\omega_{\xi s}$, $\omega_{\eta s}$：水面に対する接線方向ξ, ηの渦度である．せん断応力をブシネスク近似で表すと水面に対して接線方向のせん断応力は式(5)，式(6)のように表せる．

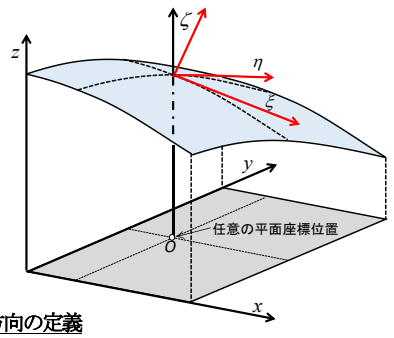
$$\tau_{\zeta\xi s}=\rho(\nu+\nu_{ts})\left.\left(\frac{\partial u_\xi}{\partial\zeta}+\frac{\partial u_\zeta}{\partial\xi}\right)\right|_{z=z_s} \tag{5}$$

$$\tau_{\zeta\eta s}=\rho(\nu+\nu_{ts})\left.\left(\frac{\partial u_\eta}{\partial\zeta}+\frac{\partial u_\zeta}{\partial\eta}\right)\right|_{z=z_s} \tag{6}$$

ここで，ν：水の動粘性係数，ν_{ts}：水面での渦動粘性係数，ρ：水の密度である．式(5)，式(6)より，式(1)で示した接線応力ゼロ条件を満たすには，水面で以下の関係が満たされる必要がある．

$$\left.\frac{\partial u_\zeta}{\partial\xi}\right|_{z=z_s}=-\left.\frac{\partial u_\xi}{\partial\zeta}\right|_{z=z_s},\quad \left.\frac{\partial u_\zeta}{\partial\eta}\right|_{z=z_s}=-\left.\frac{\partial u_\eta}{\partial\zeta}\right|_{z=z_s} \tag{7}$$

式(7)を式(3)，式(4)に代入すると水面に対する接線方向の渦度は式(8)となる．



ξ,η,ζ 方向の定義
ξ:x 方向に平行かつ水面に接する方向，η:y 方向に平行かつ水面に接する方向,ζ:ξ-η平面に直交する方向

図-2 任意の平面座標位置における局所座標系

$$\omega_{\xi s}=2\left.\frac{\partial u_\zeta}{\partial\eta}\right|_{z=z_s},\quad \omega_{\eta s}=-2\left.\frac{\partial u_\zeta}{\partial\xi}\right|_{z=z_s} \tag{8}$$

二次元流れ(x-z 平面流れ)では，$u_{\zeta s}=u_{\xi s}\kappa$と表せるため，式(8)を曲率$\kappa$を用いて変形すると式(9)のようになる．

$$\omega_{\eta s}=-2u_{\xi s}\kappa \tag{9}$$

式(9)は水面での接線応力ゼロ条件から，曲率に比例した水面に接する方向の渦度が生成されることを示す[2]．ここで，式(8)は局所座標系に基づくため，数値解析モデルの境界条件としては扱い難い．そのため以下では，式(8)とデカルト座標系の流速および水平方向渦度の関係について整理する．水面位置 z_sは時間 t と平面座標 x, y の関数として表せるので，任意の平面座標位置 O において，デカルト座標系の微小要素 dx, dy, dz と**図-2** で定義したξ, η, ζ座標系の微小要素 $d\xi$, $d\eta$, $d\zeta$の間には，以下の関係が成り立つ．

$$\begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{S_x} & 0 & \left.\frac{1}{S_x}\frac{\partial z_s}{\partial x}\right|_o \\ 0 & \frac{1}{S_y} & \left.\frac{1}{S_y}\frac{\partial z_s}{\partial y}\right|_o \\ \left.-\frac{1}{S_z}\frac{\partial z_s}{\partial x}\right|_o & \left.-\frac{1}{S_z}\frac{\partial z_s}{\partial y}\right|_o & \frac{1}{S_z} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \tag{10}$$

$S_x=(1+\partial z_s/\partial x|_o^2)^{1/2}$, $S_y=(1+\partial z_s/\partial y|_o^2)^{1/2}$, $S_z=(1+\partial z_s/\partial x|_o^2+\partial z_s/\partial y|_o^2)^{1/2}$ である．これを考慮すれば，式(8)は以下のようになる．

$$\omega_{\xi s}=2\left[\frac{S_y S_x{}^2}{S_z{}^3}\left(v_s\frac{\partial^2 z_s}{\partial y^2}+u_s\frac{\partial^2 z_s}{\partial x\partial y}\right)-\frac{S_y\sqrt{S_x{}^2S_y{}^2-S_z^2}}{S_z{}^3}\left(u_s\frac{\partial^2 z_s}{\partial x^2}+v_s\frac{\partial^2 z_s}{\partial x\partial y}\right)\right] \tag{11}$$

$$\omega_{\eta s}=-2\left[\frac{S_x S_y{}^2}{S_z{}^3}\left(u_s\frac{\partial^2 z_s}{\partial x^2}+v_s\frac{\partial^2 z_s}{\partial x\partial y}\right)-\frac{S_x\sqrt{S_x{}^2S_y{}^2-S_z^2}}{S_z{}^3}\left(v_s\frac{\partial^2 z_s}{\partial y^2}+u_s\frac{\partial^2 z_s}{\partial x\partial y}\right)\right] \tag{12}$$

さらに，水平方向渦度との関係は以下のようになる．

$$\omega_{xs} = S_x \omega_{\xi s} - \left.\frac{\partial z_s}{\partial x}\right|_o \omega_{zs} \tag{13}$$

$$\omega_{ys} = S_y \omega_{\eta s} - \left.\frac{\partial z_s}{\partial y}\right|_o \omega_{zs} \tag{14}$$

(3) 水面から流れへの渦度の供給機構に関する考察

水面から流れへの渦度供給の機構は，Rood[5]による詳細な説明があるが，やや数学的過ぎる．本論文では，二次元流れ(x-z 平面)を対象としてより簡潔な説明を試みる．式(10)を二次元流れに書き直すと以下のようになる．

$$\begin{pmatrix} d\xi \\ d\zeta \end{pmatrix} = \frac{1}{S_x} \begin{pmatrix} 1 & \left.\frac{\partial z_s}{\partial x}\right|_o \\ -\left.\frac{\partial z_s}{\partial x}\right|_o & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dz \end{pmatrix} \tag{15}$$

任意の座標位置 O において，水面から流れに供給（吸収）される単位水面積あたりの水平方向渦度は，水面に対する法線方向の単位ベクトル$(1/S_x)(-\partial z_s/\partial x|_o, 1)$と水面における水平方向渦度の勾配ベクトル $(\partial\omega_y/\partial x|_{z=z_s}, \partial\omega_y/\partial z|_{z=z_s})$の内積をとり式(16)のように表せる．

$$\frac{v+v_{ts}}{S_x}\left(-\left.\frac{\partial z_s}{\partial x}\right|_o \left.\frac{\partial \omega_y}{\partial x}\right|_{z=z_s} + \left.\frac{\partial \omega_y}{\partial z}\right|_{z=z_s} \right) \tag{16}$$

一方，任意の座標位置 O において，水面における接線方向（ξ方向）の運動方程式のせん断応力項は，ξ方向の単位ベクトル $(1/S_x)(1, \partial z_s/\partial x|_o)$と水面における x, z 方向の運動方程式のせん断応力項 $(1/\rho)((\partial\tau_{xx}/\partial x+\partial\tau_{zx}/\partial z)|_{z=z_s}, (\partial\tau_{xz}/\partial x+\partial\tau_{zz}/\partial z)|_{z=z_s})$の内積で表せる．渦動粘性係数の空間変化を無視すれば（もしくは粘性によるせん断応力のみ考慮すれば），ξ方向のせん断応力項は式(17)となり，式(16)に示した水面から流れに供給（吸収）される単位水面積あたりの水平方向渦度と一致する．

$$\frac{1}{\rho S_x}\left[\left.\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right)\right|_{z=z_s} + \left.\frac{\partial z_s}{\partial x}\right|_o \left.\left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right)\right|_{z=z_s} \right] = \frac{v+v_{ts}}{S_x}\left(-\left.\frac{\partial z_s}{\partial x}\right|_o \frac{\partial \omega_y}{\partial x} + \frac{\partial \omega_y}{\partial z} \right)_{z=z_s} \tag{17}$$

このことは，自由水面と水面直下の接線応力の差（自由水面ではゼロ）に起因して，水面から流れへと水平方向渦度の供給（吸収）が生じることを示す．自由水面での渦度の吸収については，Rood[5]により分かり易い例が挙げられている．仮想的に片側に自由水面（接線応力ゼロ）を持つ二平板間の流れを考える．固定壁側の平板を静止状態から等速(乱れが生じない程度に緩やかな速度)で動かし始めると，最終的に一様な流速分布が得られる．これは，固定壁を静止状態から動かしたことで発生した渦度は，流体中をせん断応力とともに伝わるが，自由水面に到達すると，自由水面粒子はせん断応力に抗うことなく加速するため，ここで渦度が消失するためである．逆に自由水面粒子が何らかの要因で運動を始めると，せん断応力を通じて流体内部に渦度が供給される（風吹流はその典型である）．以下では，本章の考察を踏まえ，自由水面渦度の生成と流れへの供給を考慮した従来のGBVC法の適用範囲拡大を行う．

３． 自由水面渦度の生成と供給を考慮した GBVC 法の拡張（GBVC-FSV 法）と鉛直シル上流れへの適用

本論文では，新たに導入する自由水面渦度の生成を考慮した水平方向流速の鉛直分布式と水深積分渦度方程式の水面での渦度生産項を中心に説明する．GBVC 法を構成する他の方程式群の詳細は既往論文を参考されたい[例えば1)]．

(1) 水平方向流速の鉛直分布の評価法

GVBC 法は，**図-1** に示すように水平方向流速の鉛直分布を仮定し，水深積分連続式，水深積分運動方程式，水深積分渦度方程式，水面における運動方程式，底面圧力の方程式，二重水深積分の連続式，水深平均乱れエネルギーの輸送方程式を解くことで，三次元的な運動量の輸送や圧力の非静水圧成分を水深積分モデルの枠組みで計算することが可能である[1)]．水平方向流速の鉛直分布には 3 次関数が採用されている．これまで 3 次関数の係数を定める境界条件として，水面で水平方向流速の鉛直勾配$\partial u/\partial z|_{z=z_s}$, $\partial v/\partial z|_{z=z_s}$ をゼロとしてきたが，**2.**で議論したように曲率の大きな流れでは水面で渦度はゼロとならず，この境界条件は適切でない．これに対し本研究では，式(13)，式(14)に示した水面での接線応力ゼロ条件から生成される水面に対する接線方向ξ, ηの渦度と水平方向渦度の関係から，水平方向流速の鉛直勾配を式(18)，式(19)のように求める．

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=z_s} = S_y \omega_{\eta s} + \left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_{z=z_s} - \frac{\partial z_s}{\partial y}\omega_{zs} \tag{18}$$

$$\left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z=z_s} = -S_x \omega_{\xi s} + \left.\frac{\partial w}{\partial y}\right|_{z=z_s} + \frac{\partial z_s}{\partial x}\omega_{zs} \tag{19}$$

これらを境界条件に加えることで，式(20)，式(21)に示す水平方向流速の新たな鉛直分布式では，水面渦度の生成に伴う流速鉛直分布の変形を考慮可能となる．

$$u = \Delta u\left(12\eta^3 - 12\eta^2 + 1\right) + \delta u\left(-4\eta^3 + 3\eta^2\right) + h\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=z_s}\left(-2\eta^3 + 3\eta^2 - \eta\right) + U \tag{20}$$

$$v=\Delta v\left(12\eta^3-12\eta^2+1\right)+\delta v\left(-4\eta^3+3\eta^2\right)$$
$$+h\left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z=z_s}\left(-2\eta^3+3\eta^2-\eta\right)+V \tag{21}$$

ここで，u, v, w: x, y, z 方向流速，$\Delta u=u_s-U$，$\Delta v=v_s-V$，$\delta u=u_s-u_b$，$\delta v=v_s-v_b$，$\eta=(z_s-z)/h$，u_s, v_s: 水面での x, y 方向流速，u_b, v_b: 底面での x, y 方向流速，U, V: x, y 方向の水深平均流速，h: 水深である．式(18)，式(19)に含まれる $\partial w/\partial x|_{z=z_s}$，$\partial w/\partial y|_{z=z_s}$ は，水面での連続式から評価可能であるが簡単のため $\partial w_s/\partial x$, $\partial w_s/\partial y$ と表し，w_s は水面での運動学的境界条件より評価する．水平方向流速の鉛直分布式の変更に伴う水深積分運動方程式の相関項などは巻末付録にまとめて示す．

(2) 水深積分渦度方程式と水面における運動方程式

水平方向の渦度方程式を水面と底面での運動学的境界条件の下に水深積分すると式(22)，式(23)が得られる．

$$\frac{\partial h\Omega_x}{\partial t}=\frac{\partial h\Omega_y U-h\Omega_x V}{\partial y}+\frac{\partial h\overline{\omega_y' u'}-h\overline{\omega_x' v'}}{\partial y}$$
$$+u_s\omega_{s\sigma}-u_b\omega_{b\sigma}+\left(\frac{\partial}{\partial x}\nu_t\frac{\partial h\Omega_x}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\nu_t\frac{\partial h\Omega_x}{\partial y}\right) \tag{22}$$
$$+P_{\omega_x b}+P_{\omega_x s}$$

$$\frac{\partial h\Omega_y}{\partial t}=\frac{\partial h\Omega_x V-h\Omega_y U}{\partial x}+\frac{\partial h\overline{\omega_x' v'}-h\overline{\omega_y' u'}}{\partial x}$$
$$+v_s\omega_{s\sigma}-v_b\omega_{b\sigma}+\left(\frac{\partial}{\partial x}\nu_t\frac{\partial h\Omega_y}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\nu_t\frac{\partial h\Omega_y}{\partial y}\right) \tag{23}$$
$$+P_{\omega_y b}+P_{\omega_y s}$$

ここで，Ω_x, Ω_y: x, y 方向の水深平均渦度，ω_x', ω_y': x, y 方向渦度の水深平均値からの偏差成分，$\omega_{s\sigma}, \omega_{b\sigma}$: 水面と底面における水平渦度，$\nu_t$: 水深平均の渦動粘性係数，$P_{\omega xb}$, $P_{\omega yb}$: 底面の渦度生産項，$P_{\omega xs}$，$P_{\omega ys}$: 水面の渦度生産項である．また，水面における x, y, z 方向の運動方程式は，式(24) - 式(26)となる．

$$\frac{\partial u_s}{\partial t}+u_s\frac{\partial u_s}{\partial x}+v_s\frac{\partial u_s}{\partial y}=$$
$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_s}{\partial x}-\left(g-\frac{1}{\rho}\left.\frac{\partial dp}{\partial z}\right|_{z=z_s}\right)\frac{\partial z_s}{\partial x}+P_{sx} \tag{24}$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial t}+u_s\frac{\partial v_s}{\partial x}+v_s\frac{\partial v_s}{\partial x}=$$
$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_s}{\partial y}-\left(g-\frac{1}{\rho}\left.\frac{\partial dp}{\partial z}\right|_{z=z_s}\right)\frac{\partial z_s}{\partial y}+P_{sy} \tag{25}$$

$$\frac{1}{\rho}\left.\frac{\partial dp}{\partial z}\right|_{z=z_s}=-u_s\frac{\partial w_s}{\partial x}-v_s\frac{\partial w_s}{\partial y}+P_{sz} \tag{26}$$

ここで，p_s:水面圧力，g:重力加速度，dp:圧力の非静水圧成分，P_{sx}, P_{sy}, P_{sz}: 水面における運動方程式のせん断応力項である．GBVC 法では，水面における x, y 方向の運動方程式に含まれる圧力の非静水圧成分の鉛直勾配項を陽的に計算するために，式(26)に示した水面における z 方向の運動方程式では，非定常項を無視している．また，水面圧力 p_s は式(2)で示した界面のジャンプ条件から計算されるが，本研究では，水面に直交する方向のせん断応力の評価法について十分検討できていないため，水面圧力 p_s は大気圧で一定としている．

式(27) - (29)は，水面における x, y, z 方向の運動方程式のせん断応力項であり，式(20)，式(21)に示した水平方向流速の鉛直分布式から評価可能な成分($P_{sx}\fallingdotseq\partial\tau_{sx}/\partial z|_{z=z_s}$, $P_{sy}\fallingdotseq\partial\tau_{sy}/\partial z|_{z=z_s}$) のみを考慮している．

$$P_{sx}=\frac{\nu_{ts}}{h^2}\left(-24\Delta u+6\delta u+6h\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=z_s}\right) \tag{27}$$

$$P_{ys}=\frac{\nu_{ts}}{h^2}\left(-24\Delta v+6\delta v+6h\left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z=z_s}\right) \tag{28}$$

$$P_{sz}=-\frac{\partial z_s}{\partial x}P_{sx}-\frac{\partial z_s}{\partial y}P_{sy} \tag{29}$$

2. (3)の考察から，水深積分渦度方程式における水面での渦度生産項は，水面に対する接線方向の単位ベクトルと式(27) - (29)に示した水面における運動方程式のせん断応力項の内積から評価可能である．一方，GBVC 法 [1)]では底面での渦度生産項が式(30)で定義されている．

$$P_{\omega_x b}=C_{p\omega}\nu_{tb}\frac{\omega_{xeb}-\omega_{xb}}{h},P_{\omega_y b}=C_{p\omega}\nu_{tb}\frac{\omega_{yeb}-\omega_{yb}}{h} \tag{30}$$

ここで，$C_{p\omega}=\kappa/\alpha$, $\alpha=\kappa/6$, $\kappa(=0.41)$:カルマン定数，ω_{xb}, ω_{yb}: 底面での x, y 方向の渦度，ω_{xeb}, ω_{yeb}: 平衡状態における底面での x, y 方向の渦度，ν_{tb} $(=\alpha^2h^2\omega_{be})$:底面での渦動粘性係数の水深平均換算値である．式(30)に示すように，底面からの渦度の供給量は平衡状態においてゼロとなる．このため，水面からの渦度の供給量についても，平衡状態にゼロとする必要があり，式(27)，式(28)を修正した次式から水面の渦度生産項を評価することとした．

$$P_{sx}'=\frac{\nu_{ts}}{h^2}\left(24\left(u_{se}-u_s\right)+6h\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=z_s}\right) \tag{31}$$

$$P_{sy}'=\frac{\nu_{ts}}{h^2}\left(24\left(v_{se}-v_s\right)+6h\left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z=z_s}\right) \tag{32}$$

$$P_{\omega_x s}=-\frac{S_z}{S_y}\left(P_{sy}'+\frac{\partial z_s}{\partial y}P_{sz}'\right),P_{\omega_y s}=\frac{S_z}{S_x}\left(P_{sx}'+\frac{\partial z_s}{\partial x}P_{sz}'\right) \tag{33}$$

ここで，u_{se} $(=U+\delta u/3)$, v_{se} $(=V+\delta v/3)$:平衡状態における x,y 方向の水表面流速である．

(3) 水面変形の大きい鉛直シル上流れへの適用

自由水面渦度を考慮した GBVC-FSV 法を鉛直シル周辺の水面変形の大きな流れに適用し検討する．対象としたのは大河津分水路において計画されている新第二床固の減勢工の効果検討の実験結果である．実験は，国土交通省信濃川河川事務所により模型縮尺 1/30 の大型模型実験水路で行われた．**表-1** に大型模型実験の水理条件，**表-2** に数値解析の計算条件，**図-3** に実験時の流況写真をそれぞれ示す．実験では，落差 9m（以下，断りのない限り現地換算値を用いる）の床固めから 20m 下流に離れた地点に高さ 4.5m の鉛直シルが設置されている．実験では，水位と流速鉛直分布が計測されている．**図-3** に示すように変動の大きい流れであったため，水位はポイントゲージの先端が水中にある時間と離れている時間が同程度になる高さを平均水位として計測されている．また，電磁流速計により 10 秒間の平均流速が計測された．数値解析では，**表-2** に示すように上流端に定常流量 39.3m^3/s/m を与え，81m 地点において下流端水深 7.16m を与えた．計算メッシュ幅は 1×1m とし，鉛直シル周辺では縦断方向のメッシュ幅を 0.5m に細分化している．また，GBVC 法および GBVC-FSV 法では，底面での圧力の非静水圧成分は水深積分した鉛直方向の運動方程式から計算するが，圧力の非静水圧成分の鉛直分布は関数形で仮定（本研究では二次関数を採用）している．このため，鉛直シル背面のような複雑な流れと圧力場を高い精度で計算することは難しい．そこで，鉛直シル背面では標準越流頂 [6]に従う近似的な自由流線を考え，それを仮想的な河床として計算することとした．標準越流頂の設計水頭は 3/2 h_c で与えている(h_c: 限界水深).

図-4(a), (b)に実験結果と計算結果の比較を示す．**図-4(a)**に示す GBVC 法では，鉛直シル前面で計算が不安定になり計算が破綻する結果となった．一方，**図-4(b)**に示す GBVC-FSV 法では，GBVC 法に比べ水面形が滑らかになっており，激しい流れでも安定的に計算が行えている．**図-5** は，GBVC-FSV 法による水面と底面からの単位時間あたりの渦度供給量を縦断的に示したものである．**図-5** の点線は，GBVC 法による底面からの渦度供給量の縦断分布を示す．新第二床固の越流部において，GBVC-FSV 法による水面からの渦度供給量は，底面からの渦度供給量に比べ小さな値をとる．それに対し，跳水の発生する-6m 地点付近から下流においては，水面と底面からの渦度供給量は同程度のオーダーとなる．特に，水面からの渦度供給量は，新第二床固法尻の 0m 地点付近や鉛直シルの設置されている 20m 地点付近など，流速鉛直分布や水面形が大きく変形する箇所で大きい値をとり，GBVC 法に比べ GBVC-FSV 法が安定的に計算を行えた要因と考えられる．

表-1 大型模型実験の水理条件

通水流量(水路幅1m)	フルード数※	レイノルズ数※
239 ℓ/s	2.4	2.3×10^5

※減勢工のない状態での新第二床固直下での値

表-2 数値解析の計算条件(現地換算値)

単位幅流量	下流端水深(81m地点)	粗度係数
39.3m^3/s/m	7.16m	0.02

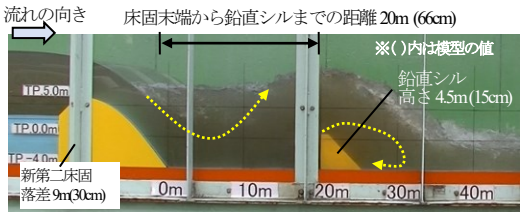
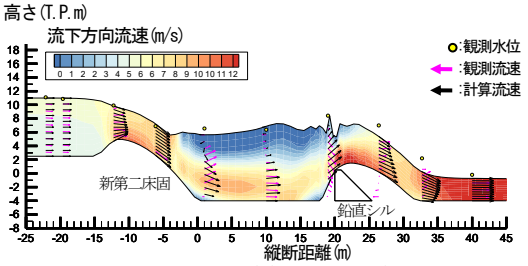
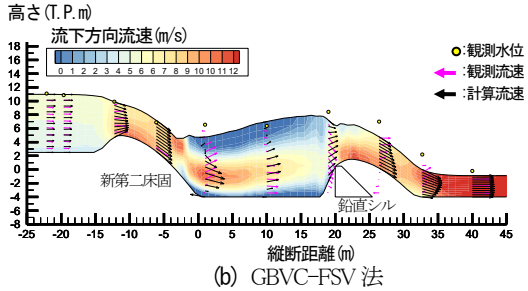


図-3 大型模型実験(1/30 縮尺)の流況



(a) 従来の GBVC 法



(b) GBVC-FSV 法

図-4 実験と計算での水位縦断分布と流速鉛直分布の比較

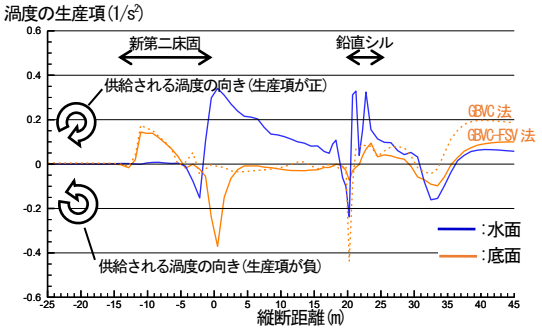


図-5 GBVC-FSV 法による水面と底面からの単位時間あたりの渦度供給量(流下方向に直交する成分の渦度)の縦断分布

図-4(b)に示した GBVC-FSV 法の計算結果と実験結果を比較すると，計算水位は，全体的に実験水位よりも低くなっているが，実験の水面形の特徴を概ね説明できている．一方，計算された流速鉛直分布は，跳水の生じる-6m 付近から下流において実験の流速鉛直分布の特徴を十分再現できていない．実験では，跳水位置の変化に伴

い，流況が大きく変化していたことから，計算と実験の差異については，両者の比較方法も含め，さらなる検討が必要である．

以上の結果から，実験結果の再現性に課題は残るものの，自由水面における渦度の生成と流れへの供給機構を考えることは，水面変形の大きな流れを安定的に計算するために重要であることが分かる．

4. 結論

本論文で得られた主な結論を以下に示す．

(1) 自由水面における力学的境界条件（接線応力ゼロ）に起因し，水面で生成される曲率に比例した水平方向渦度と水面から流れへの渦度の供給機構を定式化した．

(2) (1)の成果に基づき，自由水面渦度の生成と供給機構を導入することで，一般底面流速解析法（GBVC 法）を拡張した解析法（GBVC-FSV 法）を提示した．

(3) GBVC-FSV 法と従来の GBVC 法を水面形の大きく変化する鉛直シル上流れに適用し，GBVC-FSV 法は，GBVC 法に比べて，水面形が大きく変形する流れを安定的に計算可能であることを示した．

付録　GBVC-FSV 法における GBVC 法の相関項および水深二重積分の連続式の変更点

本論文の式(20)，式(21)に示した水平方向流速の鉛直分布式を用いた場合，GBVC 法における水深積分運動方程式の相関項，二重水深積分の連続式はそれぞれ以下のようになる．

$$\overline{u_i'u_j'} = \frac{1}{35}\left(12\Delta u_i\Delta u_j - 2\left(\Delta u_i\delta u_j + \Delta u_j\delta u_i\right) + 3\delta u_i\delta u_j\right) - \frac{h}{35}\left(\Delta u_j \left.\frac{\partial u_i}{\partial z}\right|_{z=z_s} + \Delta u_i \left.\frac{\partial u_j}{\partial z}\right|_{z=z_s}\right) - \frac{h}{140}\left(\delta u_j \left.\frac{\partial u_i}{\partial z}\right|_{z=z_s} + \delta u_i \left.\frac{\partial u_j}{\partial z}\right|_{z=z_s}\right) + \frac{h^2}{210}\left.\frac{\partial u_i}{\partial z}\right|_{z=z_s}\left.\frac{\partial u_j}{\partial z}\right|_{z=z_s} \tag{A1}$$

$$Wh = h\left(\frac{\partial z_m}{\partial t} + U_j\frac{\partial z_m}{\partial x_j}\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{h^2\left(\frac{1}{20}\delta u_j + \frac{1}{10}\Delta u_j - \frac{h}{60}\left.\frac{\partial u_j}{\partial z}\right|_{z=z_s}\right)\right\} \tag{A2}$$

ここで，u_i': i 方向流速の水深平均流速からの偏差成分 (i= x,y 方向)，W : 水深平均の鉛直方向流速である．

参考文献

1) 内田龍彦，福岡捷二: 浅水流の仮定を用いない水深積分モデルによる底面流速の解析法，水工学論文集，56 巻，pp. 1225-1230，2012.
2) Longuet-Higgins, M. S.: Capillary rollers and bores, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 240, pp. 659-679, 1992.
3) Watanabe, Y., Saruwatari, A. and Imgram, A. S.: Free-surface Flows Under Impacting Droplets, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227(4), pp. 2344-2365, 2008.
4) Landau L. D. and Lifshitz, E. M.: Fluid Mechanics, VII. Surface Phenomena, pp. 230-241, Pergamon Press,1959.
5) Rood, E. P.: Interpreting Vortex Interactions with a Free Surface, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 116, pp. 91-94, 1994.
6) 水理公式集（平成 11 年版），土木学会，1999.

(2016. 9. 30 受付)

A COMUPUTAION METHOD FOR FLOW OVER HYDRAULIC STRUCTURES WITH LARGE WATER SURFACE DEFORMATIONS CONSIDERING GENERATION AND FLUX OF VORTICITY AT THE FREE SURFACE

Yoshiharu TAKEMURA, Shoji FUKUOKA and Takaaki KUSAKABE

Considering the dynamic boundary condisition at free surface (zero tangential stress) was the fundamental problem for applying the General Bottom Velocity Computation (GBVC) method to the flow over hydraulic structures with large water surface deformations. The zero tangential stress condition causes generation and flux of vorticity at the free surface. We formulated these processes and developed GBVC-FSV method. GBVC-FSV method was applied to the flow over a vertical sill. A comparison with the results of GBVC method indicates that GBVC-FSV can calculate the flows with large water surface deformations more stably.