河川技術論文集, 第17巻, 2011年7月

連続水制を有する急流石礫河道札内川の洪水時の流れ・土砂動態に関する研究

STUDY OF FLOOD FLOW AND SEDIMENT TRANSPORT IN THE SATSUNAI RIVER WITH SPUR DIKES

長田健吾[1]・小林幹男[2]・福岡捷二[3]
Kengo OSADA, Mikio KOBAYASHI and Shoji FUKUOKA

[1]正会員　博士（工学）　中央大学研究開発機構准教授（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）
[2]正会員　北海道開発局 河川計画課河川調整推進官（〒060-8511 札幌市北区北8条西2丁目）
[3]フェロー Ph.D 中央大学理工学部特任教授 研究開発機構教授（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）

To clarify flow and sediment transport during a flood is important to design a stable longitudinal and cross-sectional form in the Satsunai River with spur dikes. The authors have developed a new two-dimensional model for estimation of bed variation and grain size distribution by considering the mechanism of sediment transport and characteristics of bed surface irregularity in stony bed rivers. In this study, we applied this model and the conventional model to 2001 flood for evaluation of flow, bed variation and grain size distribution in the Satsunai River. The authors' model is capable of explaining bed variation and grain size distribution around the spur dikes.

Key Words : *Stony-bed river, spur dikes, sediment transport, grain size distribution, two-dimensional bed variation model*

1．序論

十勝川水系札内川は，粗石（粒径7.5cm～30cm），礫および砂の河床材料で構成される急流石礫河川である．洪水時には河床が大きく変動し，澪筋や水衝部が洪水ごとに移動する特徴を有する．図-1に，札内川（14k～22k区間）の河道変遷（各年の河床高と昭和46年平均河床高の差で表現）と水制工・低水路護岸工の設置位置を示す．図-2には，15kおよび19.2kの横断形状の変化を示す．昭和46年，53年の低水路は，高水敷との比高差が少ない広く浅い断面形状を有していた．しかし，低水路線形は大きく蛇行し．蛇行頂部が堤防に接近する箇所が多くあり，堤防侵食の危険性が高かったことから，主に護岸工による堤防保護を行ってきた．しかし，護岸工では十分な水衝部対策となり得なかったために，昭和53年に，連続水制による低水路線形是正策が立案され，この計画に従い連続水制の整備が進められたことにより低水路蛇行は抑制され，現状の低水路線形は，中小規模の洪水に対しては安定し，連続水制による河道安定化策は効果を発揮している[1]．しかし，図-2に示すように現状の低水路断面形状は，低水路と高水敷の比高差が増大し，狭く深い断面形状へと変化してきた．このような現河道に大出水が発生した場合，低水路沿いの水制周辺の洗掘，さらには高水敷・堤防の侵食が懸念される．札内川の適切な河道管理のためには，大中小の流量規模における流れと縦横断的な土砂動態を把握し，治水と環境の調和した河道縦・横断形状を検討する段階に来ていると思う．このためには，連続水制を有する急流河川札内川の流れと巨礫を含む土砂動態を説明する洪水流・河床変動解析法の構築が必要となる．著者らは，石礫河川の河床変動機構を考慮した二次元河床変動解析法[2]を検討してきた．石礫河川の土砂移動に関する説明力は従来モデルに比して広いが，石礫による表層凹凸分布（各粒径の高さ関係）を十分に表現できていなかったため，流砂過程の重要事象である離脱・堆積のモデル化にいくつかの問題が含まれていた．解析法の説明力を高めるために，河床表層の凹凸分布の算定精度を高め，これを離脱・堆積の各過程に考慮した新たな解析法を構築している．

本研究では，札内川の連続水制が流れと土砂動態に与える影響を検討するため，石礫河川の二次元河床変動解析法と砂礫河川で検討された現行の河床変動解析法[3),4)]をそれぞれ水面形の時間変化を解とした二次元洪水流解析法との一体モデルとして構築し，札内川H13年9月（既往最大）洪水流に適用する．実測の水位，流量，河床変動量と解析結果との比較から，連続水制を有する札内川の流れと河床変動を説明する解析法を検討する．

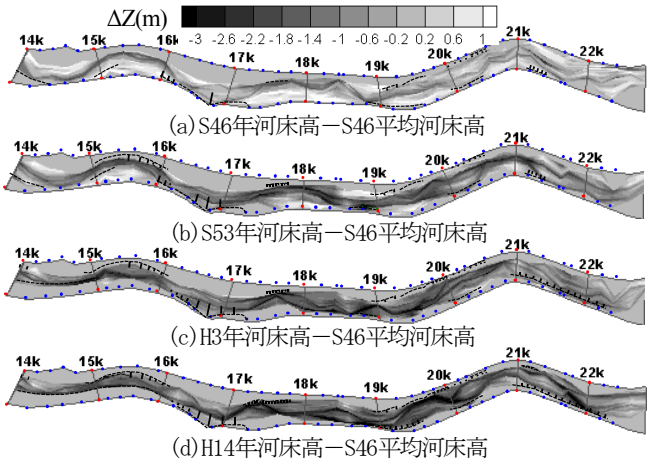


図-1　昭和46年を基準とした河床変化高と構造物設置位置
（黒点線：低水路護岸工，黒線：水制工）

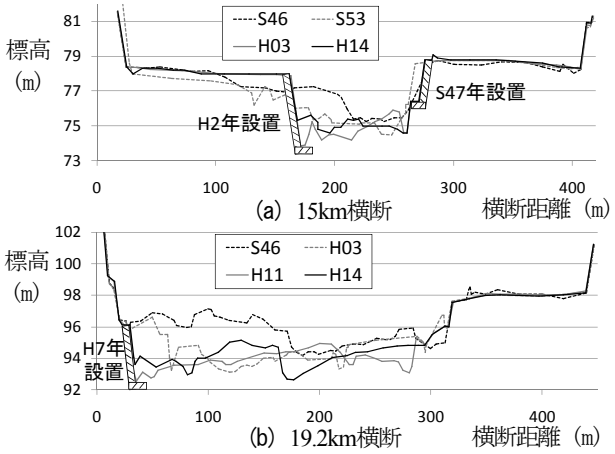


図-2　河道横断形状の経年変化

2．石礫河川の二次元河床変動解析法

図-3に，石礫河川に見られる河床表層の凹凸形状を示す．著者ら[2]の石礫河川の河床変動解析法では，石礫により形成される河床表層の凹凸形状（各粒径の高さ関係）を**図-3(a)**に示す各粒径の平均高さ $\overline{Z_{Bk}}$ のみで表現してきた．しかし，**図-3(a)**に示すA，B粒子のように，同粒径でも存在高さが異なり，A粒子は離脱する可能性が高いとともに，流下してくる粒子の捕捉効果も持つと考えられることから，このような高さの違いが石礫の離脱・堆積現象に大きく影響する．このため各粒径の高さの分布を知る必要があり，常願寺川現地実験水路[5]において調査を行い，**図-3(b)**に示すような高さ分布を表現する方法を構築した．調査は，実験水路直線部の2箇所を対象に，1.6m×1.6mを調査範囲として**写真-1**に示すように範囲内に存在する石礫にシールを付けて番号を振り，トータルステーションを用いた各石礫の頂点高 Z_{Bk} の計測，写真撮影による粒径の計測を実施した．また，平均河床高把握のため，0.2m×0.2mの範囲内で1点ずつ砂面高 Z_S を計測した．**図-4**は，粒径階を3区分（40mm以下，40mm～75mm，75mm以上）に分け高さ分布を整理したものである．縦軸は，砂面高 Z_S を基準とした高さ，横軸は，個数割合を示している．各分布は，乱れてはいるものの

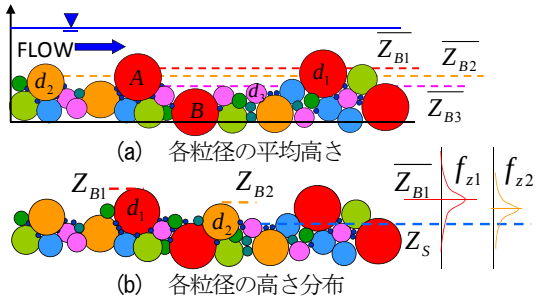


図-3　各粒径の平均高さと各粒径の高さ分布の関係

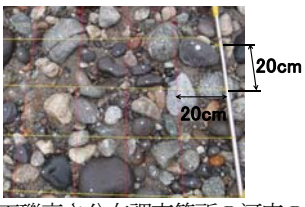


写真-1　石礫高さ分布調査箇所の河床の状況

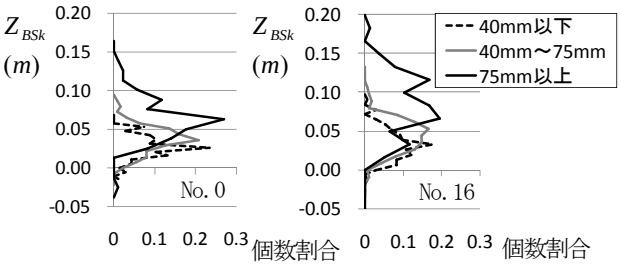


図-4　各粒径階の高さ分布

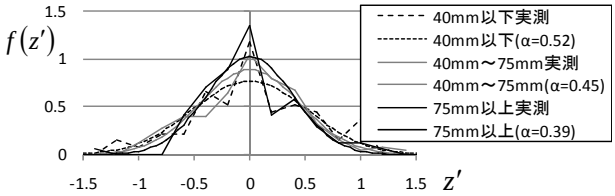


図-5　調査した高さ分布と正規分布（No. 0）

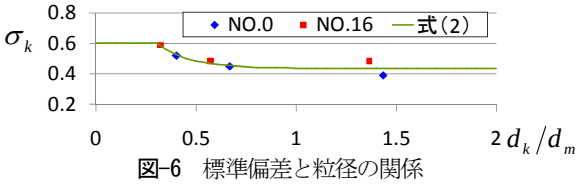


図-6　標準偏差と粒径の関係

正規分布形状に近い形をとっていることから，各分布の平均高さ $\overline{Z_{Bk}}$ を頂部とする正規分布と仮定して整理を行った．すなわち，式(1)で分布形状を表現し，**図-4**の各粒径階の高さ分布の標準偏差 σ_k について調べた．

$$f(z') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k}\exp\left(-\frac{z'^2}{2\sigma_k^2}\right),\quad z' = \frac{Z_{Bk} - \overline{Z_{Bk}}}{\overline{Z_{Bk}} - Z_s} \qquad (1)$$

図-5に，調査結果による高さ分布（No. 0断面）とそれを近似する正規分布（凡例に標準偏差の値を表示）を示す．小さい粒径集団ほど標準偏差が大きく，大きな粒径集団ほど標準偏差が小さい傾向であることが分かる．**図-6**に標準偏差と粒径の関係をまとめた．d_m は各調査箇所の平均粒径を示す．この結果から標準偏差の分布は，式(2)で近似される．

$$\sigma_k = \min\left\{0.435 + \exp\left(-6\frac{d_k}{d_m}\right), 0.6\right\} \qquad (2)$$

ここで，標準偏差値は大きな値はとらないと考え，その

上限を0.6で打ち切った．この得られた関係を，石礫河川の河床変動解析法に組み込み，高さ分布を考慮した離脱・堆積のモデル化を行った．以下にその解析手法について述べる．

図-7に，石礫河川の河床変動解析法の過程を示す．非定常平面二次元洪水流解析法は，河道線形を適切に評価できる一般化座標系（ξ，η座標）で表記された連続式と運動方程式を用い，河床抵抗は，大きな河床材料（本研究ではD90粒径）の形状抵抗により評価している[2]．石礫河川の二次元河床変動解析法は，各粒径の離脱量計算，堆積量計算とそれらを用いた流砂量計算および各粒径の高さ・表層割合の計算により構成される．以下に高さ分布を考慮して改善した事項について説明する．

河床からの離脱量の算定式を，以下に示す．

$$V_{Pi,j,k} = \varepsilon'_{Pi,j,k}\varepsilon_{wsi,j,k}\frac{N_{Pi,j,k}\alpha_3 d_k^3}{T_{Pi,j,k}} \qquad (3)$$

ここに，i, j：計算メッシュの流下方向および横断方向の番号，ε'_{Pk}：各粒径の高さ分布から算定される基本離脱割合，ε_{wsk}：他の大きな粒径集団の遮蔽効果による離脱抑制割合であり，ε'_{Pk}とε_{wsk}の積が各粒径の離脱割合を表わす．N_{Pk}：各粒径の河床表層に存在する全個数（$=P_k/\alpha_2 d_k^2$），d_k：粒子径，α_2, α_3：粒子の2次元・3次元形状係数（$=\pi/4, \pi/6$），T_P：河床からの離脱時間である．式(3)右辺の分数で示された部分は，既報モデルと大きな変更はない．ε'_{Pk}，ε_{wsk}が今回の主な修正点であり，これらの計算方法を示す．

各粒径の基本離脱割合ε'_{Pk}は，離脱判定粒子（各粒径の離脱判定を行う際に用いる粒子で，各粒径の平均高さより半径分高い位置に設定）が離脱可能な状態であれば，それよりも高い位置に存在する粒子は離脱する可能性が高いと考え，離脱判定粒子よりも高い位置に存在する粒子割合と定義し，各粒径の高さ分布からその割合を算出した．次に，大きな粒径による遮蔽割合ε_{wsk}の算定方法について説明する．**図-8**のように大きな粒径集団と小さな粒径集団の高さに差が付くと，大きな粒子の背後（後流域）や前面に位置する小さな粒子は遮蔽効果により離脱しないと考えられる．このような現象を考慮し，大きな粒子による遮蔽割合ε_{wsk}は，以下の式により評価する．

$$\varepsilon_{wsk} = 1 - \max\left\{\sum_{k'=1}^{nk'}\left(\frac{P_{wk,k'}}{\alpha_2 d_{k'}^2}A_{wk'}\right) + \sum_{k'=1}^{nk'}\left(\frac{P_{sk,k'}}{\alpha_2 d_{k'}^2}A_{sk'}\right), 1.0\right\} \qquad (4)$$

ここに，k'：$d_{k'} \geq d_m$かつ$d_{k'} \geq d_k$となる粒径，$P_{wk,k'}$：粒径kに対して後流域を形成する大きな粒径k'の割合（粒径kの離脱判定粒子より高い位置に存在する粒径k'の割合とした），$P_{sk,k'}$：粒径kの前面に存在する粒径k'の割合（粒径kの離脱判定粒子の高さと平均粒径の高さを比較して低い方の高さを選定し，それより高い位置に存在する大きな粒径k'の割合とした），$A_{wk'}, A_{sk'}$：大きな粒径k'による背後（後流域）と前面の離脱抑制面積であり，**図-8右**のように流下方向に対して幅$d_{k'}$の長方形を設定し，流下方向の長さは粒径$d_{k'}$を基準として各長さを規定するα_w, α_sという係数を設定すると，各面積は式(5)により評価される．

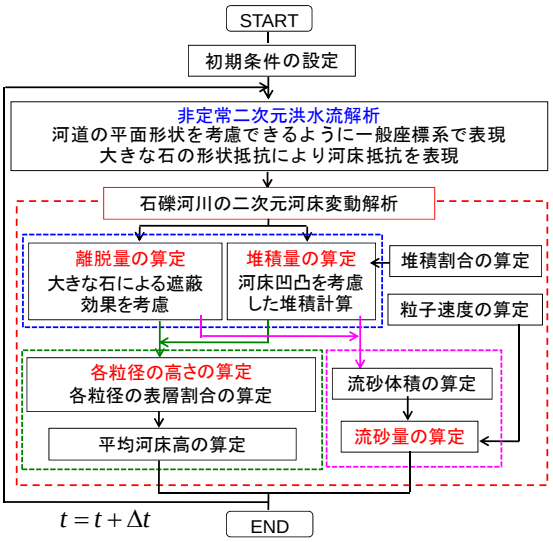


図-7　石礫河川の河床変動解析法の過程

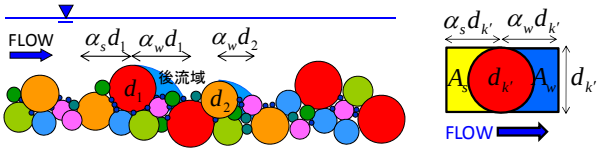


図-8　大きな粒径による遮蔽効果

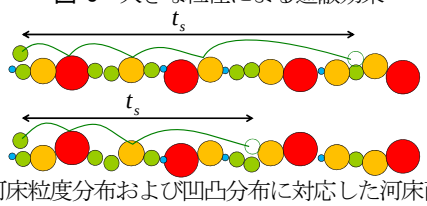


図-9　河床粒度分布および凹凸分布に対応した河床面の作成

$$A_{wk'} = \alpha_w d_{k'}^2 \ ,\quad A_{sk'} = \alpha_s d_{k'}^2 \qquad (5)$$

常願寺川現地実験結果[5]および掃流砂量実験結果[6),7)]に本解析法を適用した結果，α_w, α_sともに1.0とした場合が，実験結果の再現性が高かったことから，両係数とも1.0を採用した．

次に，堆積量の算定方法を示す．単位時間，単位面積あたりの河床への堆積量V_{Dk}の算定は，式(6)にて行う．

$$V_{Di,j,k} = P_{Ci,j,k}V_{mi,j,k} \qquad (6)$$

ここに，P_{Ck}：各粒径の単位時間あたりの流砂の停止割合，V_{mk}：各粒径の単位面積あたりの流砂体積である．堆積量の算定においては，停止割合の評価法が重要となる．既報[2]の停止割合の評価法は，河床に平均粒径粒子を整列して並べた平面を想定し，その状態での各粒径の跳躍解析から河床との衝突割合を算出し，この衝突割合を停止割合として取り扱ってきた．しかし，石礫河川における流砂の停止現象には河床凹凸の大きさが影響していると考えられ，平均粒径を整列に並べた河床では流砂の停止割合を十分に評価できない．改良した方法では，**図-9**のように河床粒度分布および各粒径の高さ分布に見合う河床の凹凸分布を作成し，その凹凸のある河床上で粒子の運動方程式[8]を用いた跳躍解析を行うことにより，停止割合を算出するように改善した．**図-9**に示すような河床に停止するまでの跳躍解析から停止時間t_sを求め，これを各粒径につき20回行い平均停止時間$\overline{t_{Sk}}$を求める．

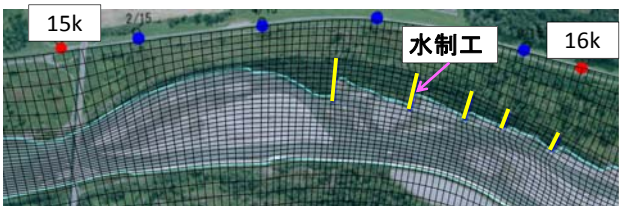


図-10　水制工を考慮した計算格子

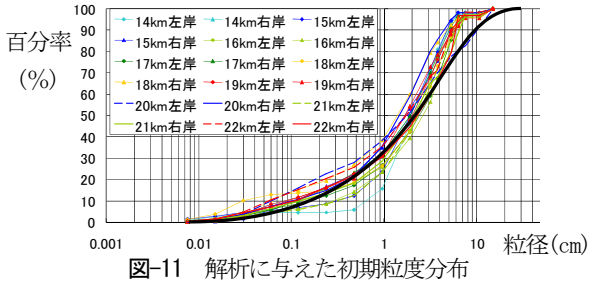
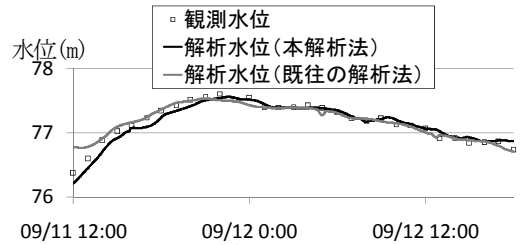
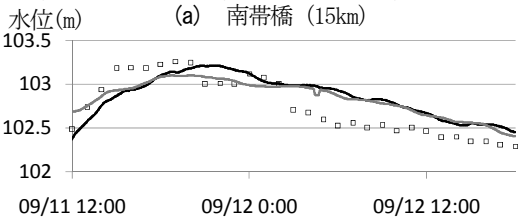


図-11　解析に与えた初期粒度分布



(a)　南帯橋（15km）



(b)　第二大川橋（20.7km）

図-12　水位観測値と解析値の比較

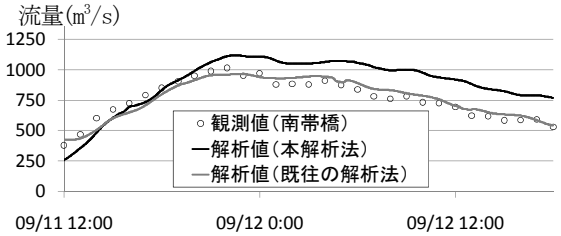


図-13　流量観測値（南帯橋）と解析値の比較

停止時間の分布が指数関数[8]に従うとして，平均停止時間$\overline{t_{Sk}}$を用いて以下の式により単位時間あたりの停止割合P_{Ck}を求めた．

$$P_{Ci,j,k} = \int_0^1 \frac{1}{t_{Si,j,k}} \exp\left(-\frac{t}{t_{Si,j,k}}\right) dt \qquad (7)$$

3．札内川への適用と考察

(1)　解析条件

2章で示した石礫河川の河床変動解析法と現行の河床変動解析法（流砂量式：芦田・道上式[3]，河床・粒度の連続式：平野の式[4]）を，札内川に適用し，その検証を行う．解析の対象区間は，札内川14kmから22kmとした．連続水制を考慮するため，**図-10**のように水制工の形状を表現する計算格子を作成し，各水制工の高さを与えるとともに，流れ場への抵抗を形状抵抗の形で運動方程式[2]に付加した（ξ方向のみ記載）．

$$F_s^{\xi} = \frac{\xi_x}{2}\rho C_{Ds}\frac{A_{sx}}{A_m}u_x^2 + \frac{\xi_y}{2}\rho C_{Ds}\frac{A_{sy}}{A_m}u_y^2 \qquad (8)$$

ここに，ξ_x, ξ_y：座標変換メトリックス，C_{Ds}：抵抗係数(=1.0)，A_{sx}, A_{sy}：水制のX,Y方向投影面積，A_m：メッシュ面積，u_x, u_y：水深平均流速である．

解析対象洪水は，ピーク流量が約1000m³/s規模のH13年9月洪水（既往最大洪水）とする．この区間における水位情報として，15kmの南帯橋水位観測所と20.7kmの第2大川橋水位観測所において水位が測られている．しかし，上流に位置する第2大川橋水位観測所の観測水位は，河床変動の影響を大きく受けた値となっており，この一点を上流境界条件とすると，解析流量ハイドログラフの算定精度が十分得られなかった．従って，上流端境界条件には第2大川橋水位観測所と南帯橋水位観測所の両観測水位を用い，下流端境界条件には南帯橋水位観測所の観測水位を用いて解析を行った．**図-11**に対象区間の砂州上で測られた粒度分布を示す．この区間で測られている1kmごとの粒度分布は，150mm以上を除いているため全区間でほぼ同じとなっている．実際に現地調査した結果，最大で300mm程度の石が存在したことから，解析には，**図-11**の黒太線で示す粒度分布を与えた．解析に用いた粒径は，250mm，120mm，50mm，10mm，2mmの5粒径とした．現行の河床変動解析法の交換層厚は，D80程度の50mmとし，マニング粗度係数は水位および流量の実測値を説明する値として0.034を与えた．

(2)　解析結果と考察

1)　洪水の流れに関する結果と考察

図-12，**図-13**には，水位ハイドログラフ（南帯橋，第二大川橋）および流量ハイドログラフの解析結果と観測値との比較を示す．南帯橋の解析水位ハイドログラフは，観測値をある程度再現している．一方，第二大川橋では，本解析法および既往の解析法ともに水位下降期において解析結果が観測値を大きく上回っている．観測水位は，河床変動の影響で大きく変動している様子が見られるが，解析では，そのような変動を捉えていない．**図-13**を見ると，本解析法による解析流量は，水位下降期において全体的に200m³/s程度観測値より大きくなった．既往の解析法では，粗度係数の調節により流量ハイドログラフの再現精度を高めることは可能であるが，本解析法では，抵抗値を河床表層の時々刻々変化するD90粒径の形状抵抗で与えているため，常願寺川のようにD90粒径が大きい場合には有効であるが，札内川のようにD90粒径が小さい河川では，D90のみの抵抗では不十分と考えられる．安倍川の検討[9]では，D90の小さな箇所で粗度係数による抵抗評価との切り替えを行っていた．このような方法も含め石礫河川から砂礫河川へ変化する場での抵抗の評価法を検討する必要がある．また，水位観測点が少ないため上流端境界条件に10km程度下流の南帯橋のデータを

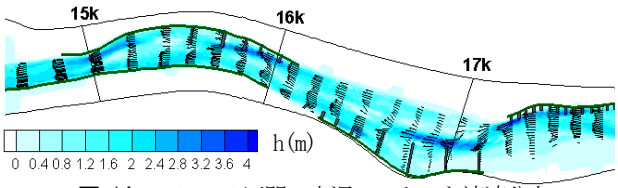
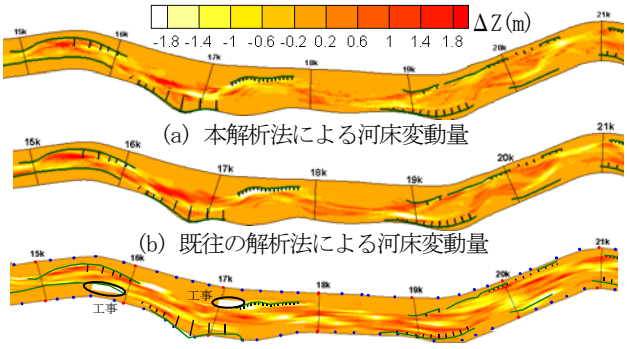


図-14　14k～18k区間の水深コンターと流速分布



(a) 本解析法による河床変動量

(b) 既往の解析法による河床変動量

(c) 実測河床変動量(H14-H11)

図-15　河床変動量コンターの実測値と解析値の比較

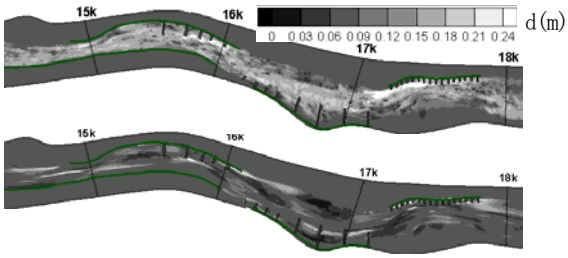


図-16　D80分布（上：本解析法，下：既往の解析法）

写真-2　水制周辺（左）と砂州（右）の河床表層の比較

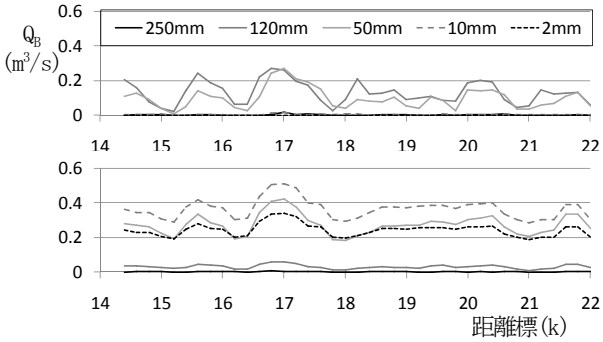


図-17　流砂量分布（上：本解析法，下：既往の解析法）

用いなければならなかったことが流量推算精度に大きく影響した．札内川のような急流石礫河川の流量ハイドログラフや河床変動の予測精度を向上させるためには，数kmピッチで観測された洪水水面形の時間変化が必要である．対象とした洪水では，数少ない水位観測値に河床変動の影響が大きく現れていると考えられ，粗い間隔の水位観測値を用いた流量の推算が困難となる．数kmピッチで水位が測られれば，信頼性の高い観測水面形の時間変化が得られ，解析水面形との比較から流量ハイドログラフおよび河床抵抗について，精度良い検証を行うことが可能となる．また，洪水中の河床変動の影響は水面形の時間変化に含まれることから，観測水面形の時間変化を解とするように解析することにより、解析による洪水中の河床変動を縦断的に検証することが可能となり，河床変動解析の精度向上を図ることができる．**図-14**には，本解析法の結果による流量ピーク時の水深コンターと流速分布を示す．洪水流は，ほとんどの区間で低水路を集中して流下していることが分かる．特に，15km付近（南帯橋付近）では，狭い低水路に流量が集中し，水深が深く，流速が速くなっている．また，連続して設置された水制先端部や，低水路護岸工沿いにおいて水深が深く流速の速い領域が縦断的に確認できる．

2)　土砂移動・河床変動に関する結果と考察

図-15は，本解析法と既往の解析法による河床変動量分布と実測値との比較を示す．**図-16**は，D80粒径の縦断分布を示す．河床変動量の解析結果を見ると，洗掘位置や堆積位置はほとんど違いがなく，水制先端部および河幅の狭い20.6km付近や15km付近の洗掘，水制背後の堆積が見られる．しかし，河床変動量の実測値との比較を見ると，既往の解析法の結果では，実測値に比べて水制先端部やその周辺において大きく河床低下が生じる箇所（17km～18km右岸，19km左岸）が見られる．この洗掘量の違いは，粒度分布結果に現れている．実際には，**写真-2**のように水制周辺の洗掘部では，砂州に比べて大きな粒径が河床表層に存在し，それらが洗掘抑制に寄与したと考えられる．しかし，既往の解析法では，大きく洗掘を受ける箇所においてもあまり粒度の変化は見られない．これは交換層を用いて表層の平均粒径を算定しているため，洗掘されてもその分小さい河床材料が表層下から供給されることで，表層の粒度分布が粗粒化しづらい．また，大きな粒径による遮蔽効果が十分に考慮できていないため，**図-17**の流砂量分布に示すように小さな粒径集団が移動しやすく，結果として洗掘深が実際よりも大きく見積もられる．一方，本解析法では，洗掘箇所において粗粒化する傾向が顕著に現れている．本解析法では，交換層のような層厚を考えず表層の粒度分布を各粒径の高さとともに算定（表層の空隙率の時間変化を算定）するため，洗掘による表層の粗粒化を捉えることが可能となる．また，大きな粒径集団による遮蔽効果を評価していることから，小さな粒径集団は河床から離脱しづらくなる．しかし，20.6km右岸のように河幅の狭い箇所では，実測に比べて本解析法の洗掘量が大きくなっている箇所が見られる．本解析では，流量を200m³/s程度多く見積もっているため，流量が集中する河幅の狭い箇所では，洗掘深が実際よりも大きくなったと考えられる．17km左岸の水制周辺では，本解析法の結果は先端部が大きく洗掘しているのに対し，実測値は水制の中ほどが洗掘され，洗掘の位置と大きさが説明できていない．水制工はブロックを積み重ねた構造であるため，実際には、水制工の周りの河床が洗掘されることにより沈下する現象が見られる．解析では水制の沈下現象を扱っていないため，

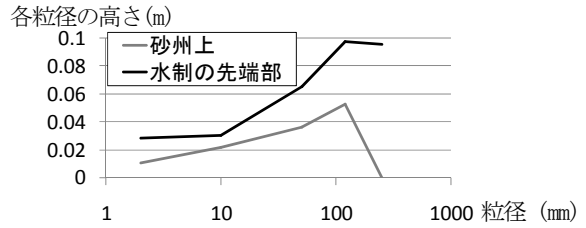


図-18　水制先端の洗掘部と砂州上の各粒径の高さ分布

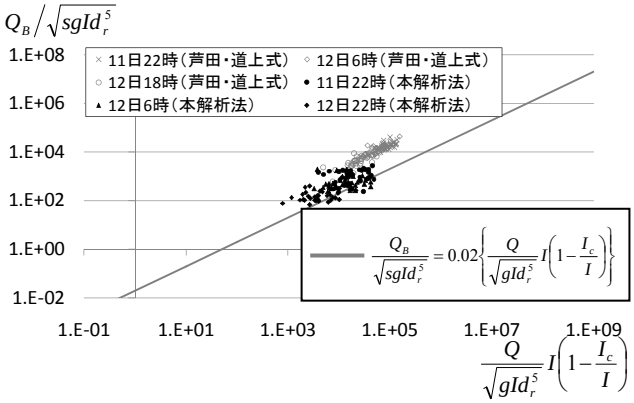


図-19　無次元流量と無次元掃流砂量との関係

17km左岸のように長い水制を有する箇所では，この影響が顕著に現れ実測値を再現できなかったと考えられる．また，**図-15**を見ると，実測の変動量に比べ，本解析法の変動量は小さく評価されている箇所が見られ，特に河幅の広い箇所においてその傾向が強い．**図-17**に示す流砂量分布を見ると，本解析法では120mmや50mmの粗石，粗礫クラスは活発に移動するものの，小さな粒径集団は遮蔽されほとんど移動していない．**図-18**に，17km断面における水制先端の洗掘箇所と河道中央部砂州上の各粒径の高さ分布（平均河床高を基準とする）を示す．砂州上では，最大径である250mmは低い位置に存在し，むしろ120mmが高い位置にあり抵抗に寄与していることが分かる．一方，水制先端の洗掘箇所では250mm，120mmの大きな粒径が高い位置に存在し，他の小さな集団を保護している．本解析法は，高さ関係を考慮し，各粒径集団の移動量を算定している点に特徴があるが，**図-17**の流砂量分布が示すように小さな粒径集団がほとんど移動していない．これは，小粒径集団に対して遮蔽効果が過度に働いていることなどが考えられ，今後，細粒分の各過程（離脱，流下，堆積）のモデル化の検討が必要である．**図-19**は，福岡[10),11)]が提案した無次元流量と無次元流砂量の関係（無次元掃流砂量式）に対し既往の解析法と本解析法により得られた流砂量の解析結果のプロットを示す．この無次元掃流砂量式は，掃流力を用いる従来流砂量式と異なり，流量，勾配，河床材料といった断面の代表値から流砂量を推定できる点に特徴があり，現地実測流砂量を平均的に説明する式である．解析値は1kmごとの断面における値をプロットしたもので，流砂量Q_Bは各断面を通過する全幅流砂量を算出し，エネルギー勾配I，限界勾配I_cおよび代表粒径d_rは，断面平均値をそれぞれ用いた．既往の解析法（芦田・道上式）による流砂量は，無次元掃流砂量式に対して10倍程度大きな値を示す．一方，本解析法による流砂量は，ばらつきは大きいが，無次元掃流砂量式に対して若干大きめの位置にプロットされた．

以上のように，札内川の洪水流・河床変動量データに本解析法および現行の河床変動解析法を適用した結果，水制周辺の洗掘等，粗粒化し大きな粒径集団が安定に寄与する箇所については本解析法が説明力を持つことが明らかとなった．一方，本解析法の流砂量は，全体的な変動量が小さくなったことや細粒分の移動量が少なく見積もられたことなど，札内川の現象を十分に説明できていないことから，本解析法の各粒径の移動モデルに関して今後さらに検討が必要であることが明らかとなった．

４．結論

本研究では，河床表層の凹凸分布を考慮した石礫河川の二次元河床変動解析法を，連続水制を有する札内川の洪水流・河床変動データに適用し，流れ・河床変動について既往の解析法との比較および解析法の検証を行った．水制周辺の洗掘深や河床表面の粒度分布・各粒径の高さ関係の評価等に関して本解析法の有効性を示した．一方，河床抵抗の評価法(D90粒径の形状抵抗による評価)や大粒径が運動の支配的な要因となる中での小さな粒径集団の移動の表現法など，検討すべき課題が明らかとなった．

参考文献

1) 橋場裕輝，武田淳史，梅木幸治: 急流河川における河道安定化工法の効果とその評価について－水制工による札内川の河道安定化対策，北海道開発局技術研究発表会，2007.
2) 長田健吾，福岡捷二: 石礫蛇行河川の二次元河床変動解析法に関する研究，河川技術論文集，第15巻，pp327-332，2009.
3) 芦田和男，道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，pp.59-69，1972.
4) 平野宗夫：Armoringを伴う河床低下について，土木学会論文報告集，第195号，pp.55-65，1971.
5) 前嶋達也，岩佐将之，長田健吾，福岡捷二：石礫複断面直線‐蛇行河道の河床変動および河床材料分布に関する研究，水工学論文集，第55巻，2011.
6) 小川長宏，渡邊康玄：河川上流域の中礫を用いた掃流砂量測定実験，水工学論文集，第47巻，pp.535-540，2003.
7) 福島雅紀，櫻井寿之，箱石憲昭：大きな石による河床再生技術に関する実験的検討，水工学論文集，第54巻，pp.763-768，2010.
8) 関根正人，吉川秀夫：掃流砂の停止機構に関する研究，土木学会論文集，第399号，Ⅱ-10，pp.105-112，1988.
9) 長田健吾，福岡捷二，岡田昌之：石礫河川の二次元河床変動解析法を用いた安倍川網状流路の数値解析，水工学論文集，第54巻，2010.
10)浅野文典，福岡捷二：河幅及び断面形状を考慮した掃流砂量式の導出とその適用性に関する研究，水工学論文集，第55巻，2011.
11)岡村誠司，岡部和憲，福岡捷二：河幅及び断面形状を考慮した掃流砂量式を用いた河床変動解析－石狩川河口部昭和56年8月洪水を例として－，河川技術論文集，第17巻，2011

(2011.5.19受付)